

Ôn tập chương III

1. Khi nào thì cấp số cộng là dãy số tăng, dãy số giảm ?
2. Cho cấp số nhân có $u_1 < 0$ và công bội q . Hỏi các số hạng khác sẽ mang dấu gì trong các trường hợp sau :
 - a) $q > 0$?
 - b) $q < 0$?
3. Cho hai cấp số cộng có cùng số các số hạng. Tổng các số hạng tương ứng của chúng có lập thành cấp số cộng không ? Vì sao ? Cho một ví dụ minh họa.
4. Cho hai cấp số nhân có cùng số các số hạng. Tích các số hạng tương ứng của chúng có lập thành cấp số nhân không ? Vì sao ? Cho một ví dụ minh họa.
5. Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, ta có :
 - a) $13^n - 1$ chia hết cho 6 ;
 - b) $3n^3 + 15n$ chia hết cho 9.
6. Cho dãy số (u_n) , biết $u_1 = 2, u_{n+1} = 2u_n - 1$ (với $n \geq 1$).
 - a) Viết năm số hạng đầu của dãy.
 - b) Chứng minh $u_n = 2^{n-1} + 1$ bằng phương pháp quy nạp.
7. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của các dãy số (u_n) , biết :
 - a) $u_n = n + \frac{1}{n}$;
 - b) $u_n = (-1)^{n-1} \sin \frac{1}{n}$;
 - c) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.
8. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của các cấp số cộng (u_n) , biết :
 - a) $\begin{cases} 5u_1 + 10u_5 = 0 \\ S_4 = 14 ; \end{cases}$
 - b) $\begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170. \end{cases}$
9. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của các cấp số nhân (u_n) , biết :
 - a) $\begin{cases} u_6 = 192 \\ u_7 = 384 ; \end{cases}$
 - b) $\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144 ; \end{cases}$
 - c) $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_4 = 10 \\ u_3 + u_6 - u_5 = 20. \end{cases}$

10. Tứ giác $ABCD$ có số đo (độ) của các góc lập thành một cấp số cộng theo thứ tự A, B, C, D . Biết rằng góc C gấp năm lần góc A . Tính các góc của tứ giác.
11. Biết rằng ba số x, y, z lập thành một cấp số nhân và ba số $x, 2y, 3z$ lập thành một cấp số cộng. Tìm công bội của cấp số nhân.
12. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích đế tháp. Biết diện tích mặt đế tháp là $12\,288\text{ m}^2$. Tính diện tích mặt trên cùng.
13. Chứng minh rằng nếu các số a^2, b^2, c^2 lập thành một cấp số cộng ($abc \neq 0$) thì các số $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ cũng lập thành một cấp số cộng.

Bài tập trắc nghiệm

14. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 3^n$. Hãy chọn phương án đúng :
- a) Số hạng u_{n+1} bằng :
- (A) $3^n + 1$; (B) $3^n + 3$; (C) $3^n \cdot 3$; (D) $3(n+1)$.
- b) Số hạng u_{2n} bằng :
- (A) $2 \cdot 3^n$; (B) 9^n ; (C) $3^n + 3$; (D) $6n$.
- c) Số hạng u_{n-1} bằng :
- (A) $3^n - 1$; (B) $\frac{1}{3} \cdot 3^n$; (C) $3^n - 3$; (D) $3n - 1$.
- d) Số hạng u_{2n-1} bằng :
- (A) $3^2 \cdot 3^n - 1$; (B) $3^n \cdot 3^{n-1}$; (C) $3^{2n} - 1$; (D) $3^{2(n-1)}$.
15. Hãy cho biết dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy số tăng, nếu biết công thức số hạng tổng quát u_n của nó là :
- (A) $(-1)^{n+1} \cdot \sin \frac{\pi}{n}$; (B) $(-1)^{2n}(5^n + 1)$;
- (C) $\frac{1}{\sqrt{n+1} + n}$; (D) $\frac{n}{n^2 + 1}$.

16. Cho cấp số cộng $-2, x, 6, y$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau :

(A) $x = -6, y = -2$;

(B) $x = 1, y = 7$;

(C) $x = 2, y = 8$;

(D) $x = 2, y = 10$.

17. Cho cấp số nhân $-4, x, -9$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau :

(A) $x = 36$;

(B) $x = -6,5$;

(C) $x = 6$;

(D) $x = -36$.

18. Cho cấp số cộng (u_n) . Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau :

(A) $\frac{u_{10} + u_{20}}{2} = u_5 + u_{10}$;

(B) $u_{90} + u_{210} = 2u_{150}$;

(C) $u_{10} \cdot u_{30} = u_{20}$;

(D) $\frac{u_{10} \cdot u_{30}}{2} = u_{20}$.

19. Trong các dãy số cho bởi các công thức truy hồi sau, hãy chọn dãy số là cấp số nhân :

(A) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$;

(B) $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$;

(C) $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$;

(D) $7, 77, 777, \dots, \underbrace{777\dots7}_n \text{ chữ số } 7$.