

Ôn tập chương IV

1. Hãy lập bảng liệt kê các giới hạn đặc biệt của dãy số và các giới hạn đặc biệt của hàm số.
2. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) . Biết $|u_n - 2| \leq v_n$ với mọi n và $\lim v_n = 0$. Có kết luận gì về giới hạn của dãy số (u_n) ?
3. Tên của một học sinh được mã hoá bởi số 1530. Biết rằng mỗi chữ số trong số này là giá trị của một trong các biểu thức A, H, N, O với :

$$A = \lim \frac{3n - 1}{n + 2} ;$$

$$H = \lim \left(\sqrt{n^2 + 2n} - n \right) ;$$

$$N = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} - 2}{3n + 7};$$

$$O = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 5 \cdot 4^n}{1 - 4^n}.$$

Hãy cho biết tên của học sinh này, bằng cách thay các chữ số trên bởi các chữ kí hiệu biểu thức tương ứng.

4. a) Có nhận xét gì về công bội của các cấp số nhân lùi vô hạn ?
 b) Cho ví dụ về một cấp số nhân lùi vô hạn có công bội là số âm và một cấp số nhân lùi vô hạn có công bội là số dương và tính tổng của mỗi cấp số nhân đó.
5. Tìm các giới hạn sau :

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 3}{x^2 + x + 4};$

b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 3x};$

c) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x - 5}{x - 4};$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 - 2x + 1);$

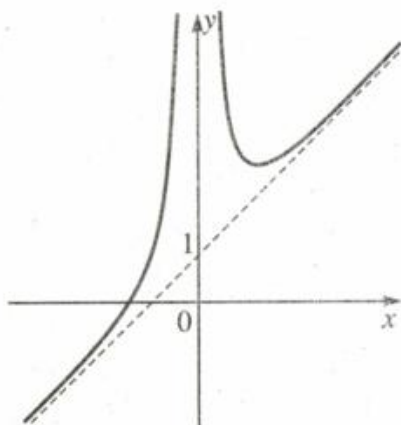
e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 3}{3x - 1};$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 4} - x}{3x - 1}.$

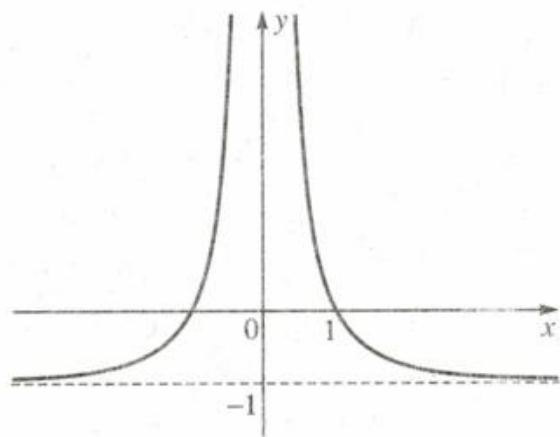
6. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1 - x^2}{x^2}$ và $g(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2}$.

a) Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x); \lim_{x \rightarrow 0} g(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

b) Hai đường cong sau đây (h. 60) là đồ thị của hai hàm số đã cho. Từ kết quả câu a), hãy xác định xem đường cong nào là đồ thị của mỗi hàm số đó.



a)



b)

Hình 60

7. Xét tính liên tục trên \mathbb{R} của hàm số

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{nếu } x > 2 \\ 5 - x & \text{nếu } x \leq 2. \end{cases}$$

8. Chứng minh rằng phương trình $x^5 - 3x^4 + 5x - 2 = 0$ có ít nhất ba nghiệm nằm trong khoảng $(-2; 5)$.

Bài tập trắc nghiệm

9. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng ?

(A) Một dãy số có giới hạn thì luôn luôn tăng hoặc luôn luôn giảm.

(B) Nếu (u_n) là dãy số tăng thì $\lim u_n = +\infty$.

(C) Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim(u_n - v_n) = 0$.

(D) Nếu $u_n = a^n$ và $-1 < a < 0$ thì $\lim u_n = 0$.

10. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2 + 1}$.

Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng ?

(A) $\lim u_n = 0$; (B) $\lim u_n = \frac{1}{2}$; (C) $\lim u_n = 1$;

(D) Dãy (u_n) không có giới hạn khi $n \rightarrow +\infty$.

11. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + \dots + (\sqrt{2})^n$.

Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau :

(A) $\lim u_n = \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + \dots + (\sqrt{2})^n + \dots = \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$;

(B) $\lim u_n = -\infty$;

(C) $\lim u_n = +\infty$;

(D) Dãy số (u_n) không có giới hạn khi $n \rightarrow +\infty$.

Chọn phương án đúng :

12. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-3x - 1}{x - 1}$ bằng :

- (A) -1 ; (B) $-\infty$; (C) -3 ; (D) $+\infty$.

13. Cho hàm số $f(x) = \frac{1 - x^2}{x}$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ bằng :

- (A) $+\infty$; (B) 1 ; (C) $-\infty$; (D) -1 .

14. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3 - x}{\sqrt{x + 1} - 2} & \text{nếu } x \neq 3 \\ m & \text{nếu } x = 3. \end{cases}$$

Hàm số đã cho liên tục tại $x = 3$ khi m bằng :

- (A) 4 ; (B) -1 ; (C) 1 ; (D) -4 .

15. Cho phương trình

$$-4x^3 + 4x - 1 = 0. \tag{1}$$

Mệnh đề sai là :

- (A) Hàm số $f(x) = -4x^3 + 4x - 1$ liên tục trên \mathbb{R} ;
(B) Phương trình (1) không có nghiệm trên khoảng $(-\infty ; 1)$;
(C) Phương trình (1) có nghiệm trên khoảng $(-2 ; 0)$;
(D) Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $\left(-3 ; \frac{1}{2}\right)$.