

## §2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

8. a) *Hướng dẫn.* Thay  $x = -4$ ,  $y = 5$  vào hai phương trình trong hệ.

*Trả lời :* Có.

b) Có.

c) Có.

d) Không, vì  $5 \cdot 1 + 2 \cdot 8 = 5 + 16 = 21 \neq 9$ .

9. a) 
$$\begin{cases} y = \frac{4}{9}x - \frac{1}{3} \\ y = -\frac{5}{3}x - \frac{1}{3} \end{cases}$$
. Vì  $\frac{4}{9} \neq -\frac{5}{3}$  nên hai đường thẳng cắt nhau. Vậy hệ có

nghiệm duy nhất.

b) 
$$\begin{cases} y = -\frac{2,3}{0,8}x + \frac{5}{0,8} \\ y = 3 \end{cases}$$
. Vì đường thẳng thứ nhất cắt hai trục toạ độ, còn

đường thẳng thứ hai song song với Ox nên chúng cắt nhau. Vậy hệ có nghiệm duy nhất.

c) 
$$\begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = -\frac{1}{5}x - \frac{4}{5} \end{cases}$$
. Vì đường thẳng thứ nhất song song với Oy, còn đường

thẳng thứ hai cắt hai trục nên chúng cắt nhau. Vậy hệ có nghiệm duy nhất.

d) 
$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = 3x - \frac{5}{2} \end{cases}$$
. Hai đường thẳng song song nên hệ vô nghiệm.

10. *Hướng dẫn.* Biến đổi phương trình đã cho thành  $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ .

a) Chẳng hạn  $y = -x + 3$  hay  $x + y = 3$ .

Hai đường thẳng (d) :  $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$  và  $(d_1) : y = -x + 3$  có hệ số góc khác nhau nên chúng cắt nhau. Do đó hệ có nghiệm duy nhất.

b) Chẳng hạn  $y = \frac{3}{2}x + 1$  hay  $3x - 2y = -2$ .

c) Chẳng hạn  $12x - 8y = 20$ .

11. Ta xét các trường hợp sau :

• Trường hợp  $a, b, a', b'$  đều khác 0.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \\ y = -\frac{a'}{b'}x + \frac{c'}{b'} \end{cases}$$

a) Hệ có nghiệm duy nhất khi hai đường thẳng cắt nhau, tức là khi  $\frac{a}{b} \neq \frac{a'}{b'}$

hay  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ .

b) Hệ vô nghiệm khi hai đường thẳng song song, tức là khi :  $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$  và

$\frac{c}{b} \neq \frac{c'}{b'}$  hay  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$  nếu  $c' \neq 0$ , hoặc  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c'}{c}$  nếu  $c \neq 0$ .

c) Hệ có vô số nghiệm khi hai đường thẳng trùng nhau, tức là khi :  $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$

và  $\frac{c}{b} = \frac{c'}{b'}$  hay  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ .

• Trường hợp  $a = 0 \neq a'$ .

$$\text{Hệ đã cho tương đương với hệ } \begin{cases} y = \frac{c}{b} \\ y = -\frac{a'}{b'}x + \frac{c'}{b'} \end{cases} \quad \text{nếu } b' \neq 0$$

hoặc tương đương với hệ 
$$\begin{cases} y = \frac{c}{b} \\ x = \frac{c'}{a'} \end{cases} \quad \text{nếu } b' = 0.$$

Vì đường thẳng thứ nhất song song (hoặc trùng) với Ox, còn đường thẳng thứ hai cắt Ox, nên hai đường thẳng cắt nhau. Hệ có nghiệm duy nhất.

Tương tự nếu  $a \neq 0 = a'$ .

- Trường hợp  $a = 0 = a'$ .

Hệ đã cho tương đương với hệ 
$$\begin{cases} y = \frac{c}{b} \\ y = \frac{c'}{b'} \end{cases}.$$
 Do đó :

Hệ vô nghiệm khi

$$\frac{c}{b} \neq \frac{c'}{b'}.$$

Hệ có vô số nghiệm khi

$$\frac{c}{b} = \frac{c'}{b'}.$$

- Trường hợp  $b = 0 \neq b'$ .

Hệ đã cho tương đương với hệ 
$$\begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ y = -\frac{a'}{b'}x + \frac{c'}{b'} \end{cases}.$$

Hệ có nghiệm duy nhất vì đường thẳng thứ nhất song song (hoặc trùng) với Oy, còn đường thẳng thứ hai cắt Oy.

Tương tự nếu  $b \neq 0 = b'$ .

- Trường hợp  $b = 0 = b'$ .

Hệ đã cho tương đương với hệ 
$$\begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ x = \frac{c'}{a'} \end{cases}.$$
 Do đó :

Hệ vô nghiệm khi

$$\frac{c}{a} \neq \frac{c'}{a'} \text{ hay } \frac{c}{c'} \neq \frac{a}{a'}$$

Hệ có vô số nghiệm khi

$$\frac{c}{c'} = \frac{a}{a'}$$

### **Kết luận**

- Hệ có nghiệm duy nhất khi  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ ,

$$\text{hoặc } a = 0 \neq a' \text{ hoặc } a \neq 0 = a',$$

$$\text{hoặc } b = 0 \neq b' \text{ hoặc } b \neq 0 = b'.$$

- Hệ vô nghiệm khi  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$  hoặc  $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} \neq \frac{c'}{c}$ ,

$$\text{hoặc } a = 0 = a' \text{ và } \frac{c}{b} \neq \frac{c'}{b'}, \text{ hoặc } b = 0 = b' \text{ và } \frac{c}{a} \neq \frac{c'}{a'}.$$

- Hệ có vô số nghiệm khi  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

$$\text{hoặc } a = 0 = a' \text{ và } \frac{c}{b} = \frac{c'}{b'}, \text{ hoặc } b = 0 = b' \text{ và } \frac{c}{a} = \frac{c'}{a'}.$$

**Chú ý.** "Lạm dụng kí hiệu" :

Khi  $a \neq 0$ ,  $a' = 0$  người ta vẫn viết  $\frac{a}{0}$  và coi biểu thức này vô nghĩa ;

Khi  $a = 0 = a'$  người ta vẫn viết  $\frac{0}{0}$  và coi biểu thức này có thể bằng một số tùy ý.

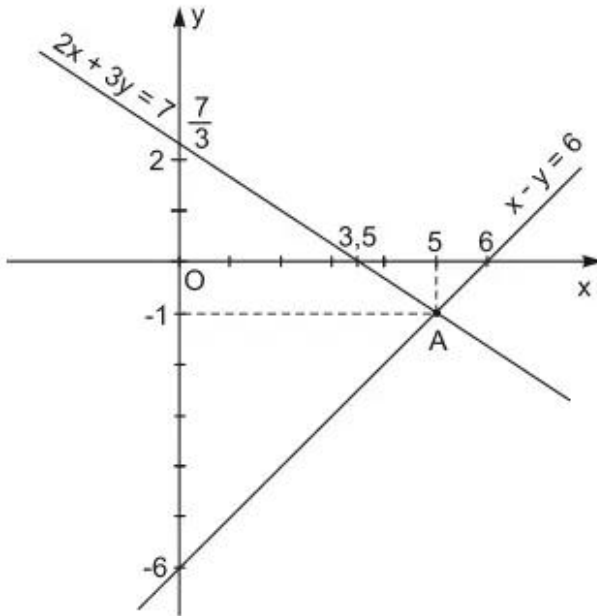
Như vậy, kết luận trên có thể viết lại như sau :

- Hệ có nghiệm duy nhất khi  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ .

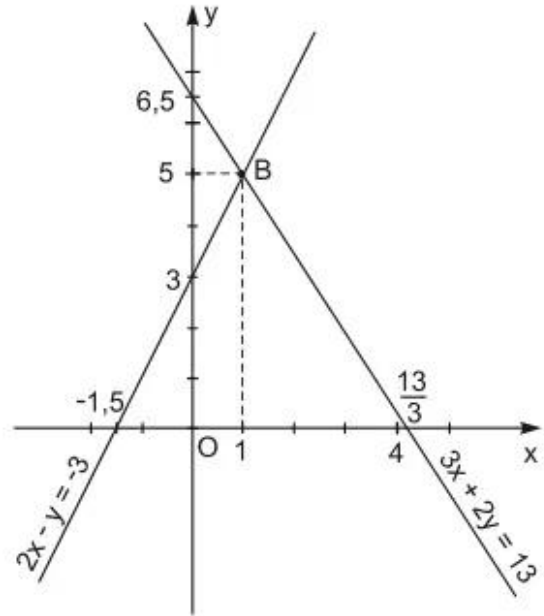
- Hệ vô nghiệm khi  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ .

- Hệ có vô số nghiệm khi  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ .

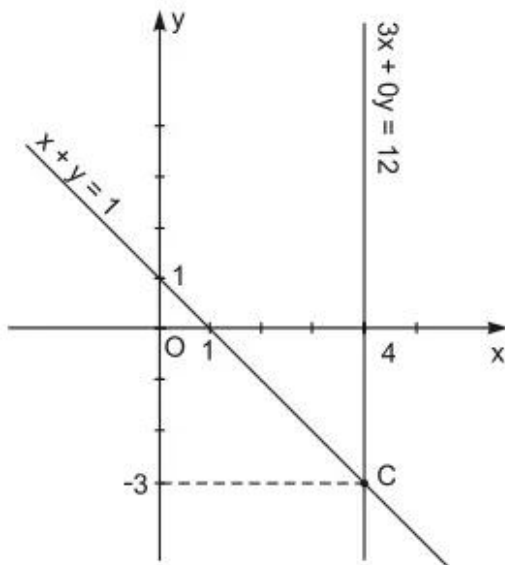
12. (h.2)



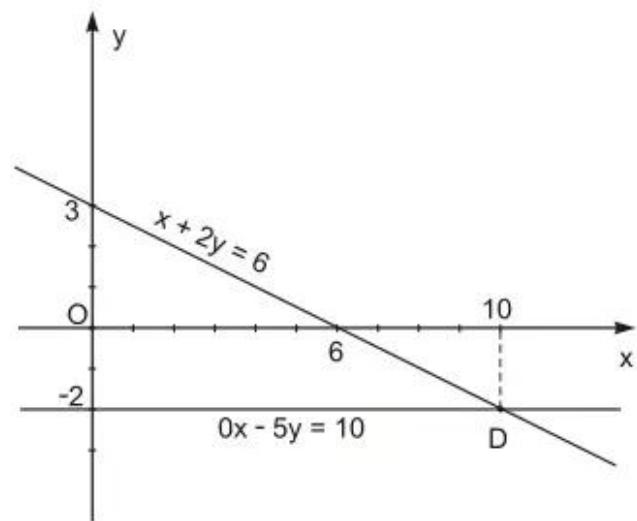
a) A(5 ; -1)



b) B(1 ; 5)



c) C(4 ; -3)



Hình 2

d) D(10 ; -2)

13. a) Học sinh tự vẽ hình.

b) Có.

14. Có.

15. *Hướng dẫn.* Vẽ hai đường thẳng  $(d_3)$  và  $(d_4)$ . Tìm tọa độ giao điểm của chúng rồi kiểm tra xem điểm đó có thuộc hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  hay không.

*Trả lời.* Bốn đường thẳng  $(d_1)$ ,  $(d_2)$ ,  $(d_3)$ ,  $(d_4)$  đồng quy tại điểm có tọa độ là  $(5 ; -1)$ .

### **Bài tập bổ sung**

**2.1.** a) Đường thẳng  $3x = 6$  song song với Oy, còn đường thẳng  $x - 3y = 2$  cắt Oy, do đó nó cũng cắt đường thẳng  $3x = 6$ .

b) Đường thẳng  $2y = -7$  song song với Ox, còn đường thẳng  $3x + 5y = 15$  cắt Ox nên cũng cắt đường thẳng  $2y = -7$ .

c) Lập luận tương tự như trường hợp trên.

**2.2.** Vô nghiệm : a), d).

Vô số nghiệm : b), c).