

§3. Góc nội tiếp

15. Cách vẽ

Vẽ đường tròn ($O ; 1,5\text{cm}$). Vẽ hai đường kính AC và BD vuông góc với nhau. Nối A và B , B và C , C và D , D và A .

Vậy $ABCD$ là một hình vuông (tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau, vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường).

16. (h.26) SM là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M nên $SM \perp OM$, suy ra

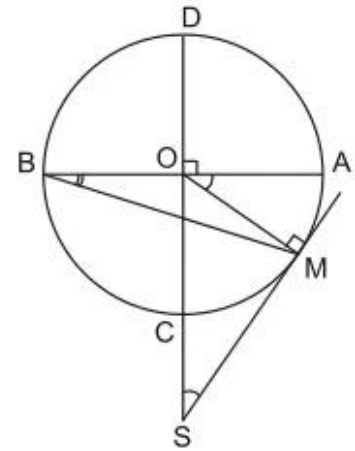
$$\widehat{MSD} = \widehat{MOA}$$

(cùng phụ với góc MOS).

Mặt khác $\widehat{MOA} = 2\widehat{MBA}$

(góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AM).

Vậy $\widehat{MSD} = 2\widehat{MBA}$.



Hình 26

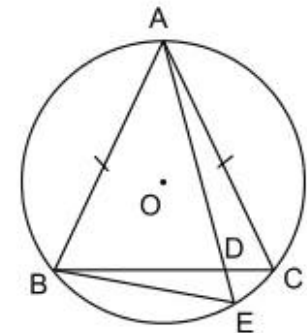
17. (h.27) Xét hai tam giác ABD và AEB. Chúng có :

\widehat{A} chung, $\widehat{AEB} = \widehat{ABC}$ (chắn hai cung bằng nhau $\widehat{AB} = \widehat{AC}$).

Vậy $\triangle ABD \sim \triangle AEB$ (g.g),

suy ra $\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB}$,

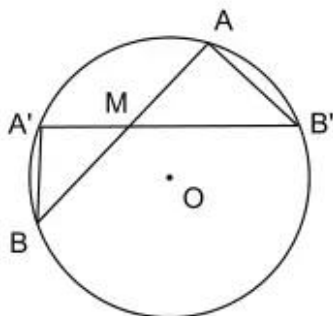
hay $AB^2 = AD.AE$.



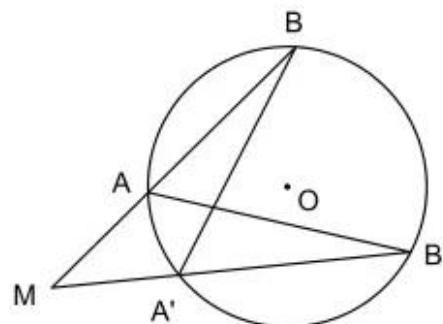
Hình 27

18. *Hướng dẫn.* Xét hai trường hợp :

- M ở bên trong đường tròn (h.28)
- M ở bên ngoài đường tròn (h.29).



Hình 28



Hình 29

Trong mỗi trường hợp, ta kẻ hai cát tuyến MAB và MA'B', rồi xét hai tam giác đồng dạng $\triangle MAB'$ và $\triangle MA'B$, từ đó suy ra :

$$MA.MB = MA'.MB',$$

tức là tích MA.MB không đổi với mỗi điểm M cho trước cố định.

19. Áp dụng bài 18, ta có

$$BC^2 = AB(2R - AB)$$

Thay số, ta có

$$(28,4)^2 \approx 1,1.(2R - 1,1)$$

$$2,2R \approx 807,77$$

$$R \approx 367,2 \text{ (mét).}$$

20. (h.30) a) Theo giả thiết, ta có

$MB = MD$, mà $\widehat{BMD} = 60^\circ$ (góc nội tiếp chắn cung AB có số đo là 120°) vậy tam giác MBD là tam giác đều.

b) Ta có $\widehat{BAM} = \widehat{BCM}$ (1) (góc nội tiếp cùng chắn cung BM).

$\widehat{ADB} = \widehat{BMC}$ (2) (vì góc ADB kề bù với góc 60° và góc BMC chắn cung 240°).

Từ (1), (2) suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{CBM}$ (3) (tổng các góc trong của một tam giác bằng 180°).

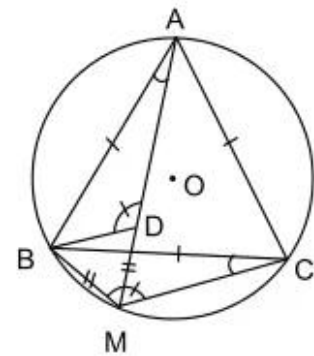
Vậy $\triangle BDA = \triangle BMC$ (c.g.c) (4) (vì $AB = BC$, $BD = BM$, $\widehat{ABD} = \widehat{CBM}$).

c) $MA = MD + DA$ nhưng $MD = MB$ (theo giả thiết)

$$DA = MC \text{ (suy từ (4))}$$

Vậy

$$MA = MB + MC.$$



Hình 30

21. (h.31) Từ giả thiết, ta suy ra số đo các cung nhỏ sau :

$$\text{sđ } \widehat{CB} = 64^\circ$$

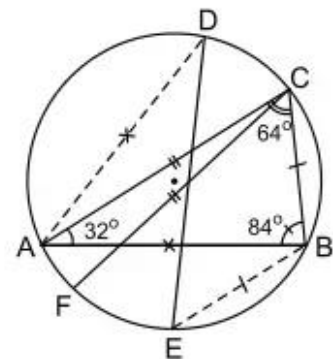
$$\text{sđ } \widehat{BE} = 64^\circ$$

$$\text{sđ } \widehat{AB} = 128^\circ$$

$$\text{sđ } \widehat{AD} = 128^\circ$$

$$\text{sđ } \widehat{CA} = 168^\circ$$

$$\text{sđ } \widehat{CF} = 168^\circ.$$



Hình 31

$$\text{Do đó : } \widehat{sđFE} = \widehat{sđCF} - \widehat{sđCE} = 168^\circ - 128^\circ = 40^\circ$$

$$\widehat{sđAE} = \widehat{sđAB} - \widehat{sđBE} = 128^\circ - 64^\circ = 64^\circ$$

$$\widehat{sđDE} = 360^\circ - \widehat{sđDA} - \widehat{sđAE} = 360^\circ - 128^\circ - 64^\circ = 168^\circ.$$

Từ đó $\widehat{FDE} = 20^\circ$ (góc nội tiếp chắn cung FE có $\widehat{sđFE} = 40^\circ$)

$\widehat{DFE} = 84^\circ$ (góc nội tiếp chắn cung DE có $\widehat{sđDE} = 168^\circ$)

$$\widehat{FED} = 180^\circ - 20^\circ - 84^\circ = 76^\circ.$$

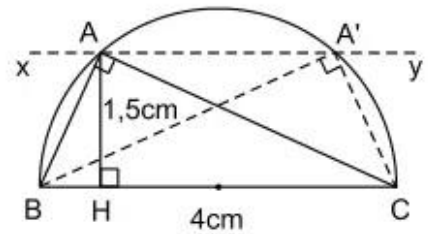
22. (h.32) Cách vẽ như sau :

- Vẽ đoạn thẳng BC dài 4cm.
- Vẽ nửa đường tròn đường kính BC.
- Vẽ đường thẳng xy // BC và cách BC một khoảng là 1,5cm.

Đường thẳng xy cắt nửa đường tròn tại A và A'.

Ta có tam giác ABC hoặc tam giác A'BC thoả mãn yêu cầu của đề toán

($\widehat{A} = 90^\circ$, BC = 4cm, AH = 1,5cm).



Hình 32

23. (h.33) Theo giả thiết ta suy ra các cung bằng nhau :

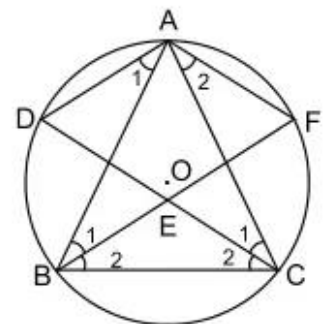
$$\widehat{AD} = \widehat{AF} = \widehat{DB} = \widehat{FC}.$$

Do đó $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ mà chúng ở vị trí so le trong nên $AD \parallel EF$. (1)

$\widehat{A}_2 = \widehat{C}_1$ mà chúng ở vị trí so le trong nên $AF \parallel CD$. (2)

và $AD = AF$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra ADEF là hình thoi.



Hình 33

Bài tập bổ sung

3.1. (E).

3.2. Xem hình vẽ (h.bs.14).

a) \widehat{ADC} và \widehat{ABC} bằng nhau vì là góc nội tiếp cùng chắn một cung.

b) Có thể chứng minh CD song song với AB theo một số cách sau đây :

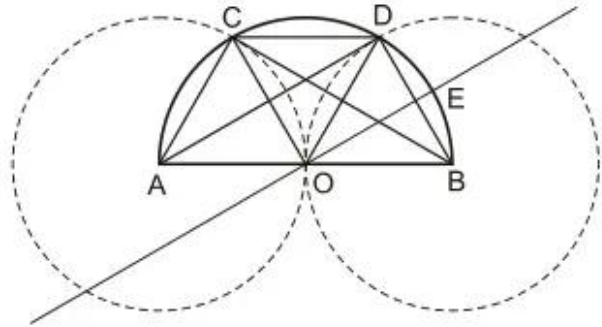
Cách 1 : Từ giả thiết có AOC và BOD là hai tam giác đều, suy ra $\widehat{DOC} = 60^\circ$. Hơn nữa, $OC = OD$ nên COD là tam giác đều, suy ra $\widehat{ODC} = \widehat{DOB} = 60^\circ$. Từ đó CD song song với AB .

Cách 2 : Hai dây AC và BD bằng nhau, nên hai cung AC và BD bằng nhau, suy ra hai dây AB và CD song song với nhau.

c) Vì AOC và BOD là hai tam giác đều nên $AODC$ là hình thoi. Từ đó CO vuông góc với AD .

d) $\widehat{DAO} = 30^\circ$ vì là góc nội tiếp chắn cung BD .

e) Vì AOC và BOD là hai tam giác đều, suy ra $\widehat{COD} = 60^\circ$. Vì AD song song với OE nên $\widehat{DAO} = \widehat{EOB} = 30^\circ$ (góc đồng vị), suy ra $\widehat{DOE} = \widehat{EOB} = 30^\circ$. Từ đó suy ra số đo cung CD gấp đôi số đo cung BE .



Hình bs.14