

§4. Công thức nghiệm của phương trình bậc hai

20. a) $\Delta = 25 - 8 = 17$, $x_1 = \frac{5 - \sqrt{17}}{4}$, $x_2 = \frac{5 + \sqrt{17}}{4}$;

b) $\Delta = 0$, $x_1 = x_2 = -\frac{1}{2}$;

c) $\Delta = 1 - 40 < 0$, phương trình vô nghiệm.

d) $\Delta = 4 + 96 = 100$, $x_1 = -\frac{4}{3}$, $x_2 = 2$.

21. a) $\Delta = 0$, $x_1 = x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

b) $\Delta = (1 - 2\sqrt{2})^2 + 8\sqrt{2} = (1 + 2\sqrt{2})^2$, $x_1 = \frac{1 - 2\sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2}}{4} = -\sqrt{2}$,

$x_2 = \frac{1 - 2\sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{2}$;

c) $\frac{1}{3}x^2 - 2x - \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 2 = 0$. Ta có $\Delta = 36 + 8 = 44$,

$x_1 = 3 - \sqrt{11}$, $x_2 = 3 + \sqrt{11}$;

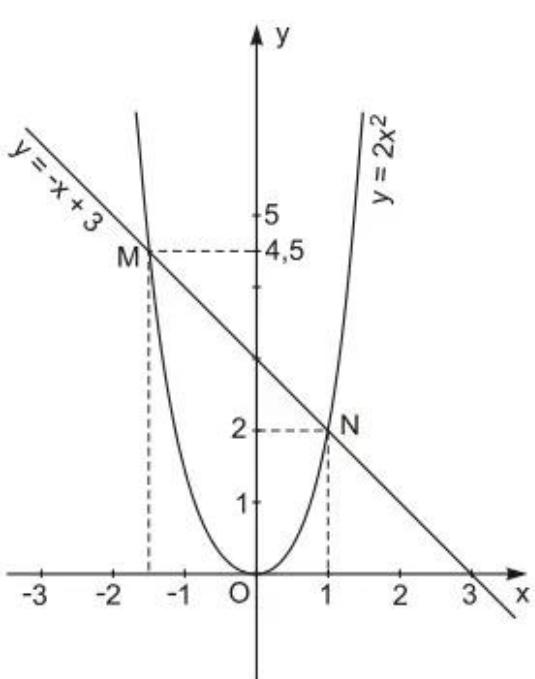
d) $\Delta = (7,9)^2 - 12 \cdot 3,36 = 22,09$, $x_1 = \frac{-7,9 - 4,7}{6} = -\frac{12,6}{6} = -2,1$,

$x_2 = -\frac{8}{15}$.

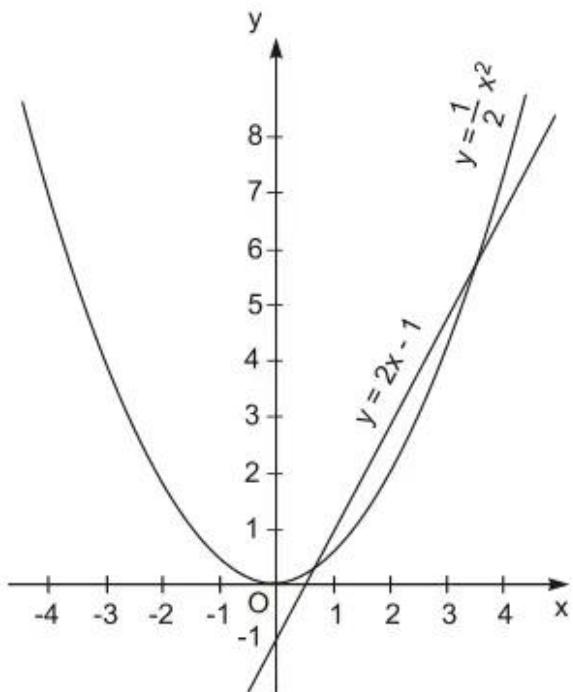
22. a) (h.8)

b) Hai giao điểm là M(-1,5 ; 4,5), N(1 ; 2). Hoành độ của M là -1,5 ; nó là nghiệm của phương trình đã cho vì $2(-1,5)^2 + (-1,5) - 3 = 4,5 - 1,5 - 3 = 0$. Hoành độ của N là 1 cũng là nghiệm của phương trình đã cho vì $2 \cdot 1^2 + 1 - 3 = 0$.

c) Giải phương trình $2x^2 + x - 3 = 0$ ta cũng được hai nghiệm là $x_1 = -1,5$, $x_2 = 1$.



Hình 8



Hình 9

23. a) (h.9) Học sinh tự tìm giá trị gần đúng của nghiệm trên hình vẽ.

$$b) \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2 - \sqrt{2} \approx 0,59 \text{ hoặc } x_2 = 2 + \sqrt{2} \approx 3,41.$$

24. a) $4(m^2 - 2m + 1) - 4m \cdot 2 = 4(m^2 - 4m + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 2 - \sqrt{3} \text{ hoặc } m = 2 + \sqrt{3}.$$

$$b) (m+1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = m^2 + 2m - 47 = 0 \Leftrightarrow m = -1 - 4\sqrt{3} \text{ hoặc } m = -1 + 4\sqrt{3}.$$

25. a) – Nếu $m = 0$ thì phương trình trở thành $-x + 2 = 0$. Nó có một nghiệm $x = 2$.

– Nếu $m \neq 0$ thì

$$\Delta = (2m - 1)^2 - 4m(m + 2) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 - 8m = -12m + 1.$$

Vậy để phương trình có nghiệm thì $\Delta \geq 0$ hay $m \leq \frac{1}{12}$. Nghiệm của phương trình là

$$x_1 = \frac{1 - 2m - \sqrt{1 - 12m}}{2m}, \quad x_2 = \frac{1 - 2m + \sqrt{1 - 12m}}{2m}.$$

$$\text{b) } \Delta = (4m + 3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (2m^2 - 1) = 16m^2 + 24m + 9 - 16m^2 + 8 = 24m + 17 \geq 0.$$

$$\text{Suy ra } m \geq -\frac{17}{24}.$$

Nghiệm của phương trình là :

$$x_1 = \frac{4m + 3 - \sqrt{24m + 17}}{4}, x_2 = \frac{4m + 3 + \sqrt{24m + 17}}{4}.$$

26. a và c trái dấu thì $ac < 0$. Suy ra $-ac > 0$. Do đó $-4ac > 0$ và $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt.

- c) Vì $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ nên $\sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$, còn $3\sqrt{2} > 0$. Do đó phương trình

$$3\sqrt{2}x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + \sqrt{2} - \sqrt{3} = 0$$

có hai nghiêm phân biệt.

- d) – Nếu $m = 0$ thì phương trình trở thành $2010x^2 + 5x = 0$; nó có nghiệm.
– Nếu $m \neq 0$ thì $m^2 > 0$. Do đó $-m^2 < 0$, còn $2010 > 0$. Vì thế phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Bài tập bổ sung

4.4. Đặt $f(x) = ax^2 + bx + c$. Vì phương trình $ax^2 + (b - 1)x + c = 0$ vô nghiệm nên $\Delta = (b - 1)^2 - 4ac < 0$.

$$\text{Khi đó } f(x) - x = ax^2 + (b - 1)x + c$$

$$\begin{aligned} &= a \left[x^2 + 2 \frac{b-1}{2a} x + \frac{(b-1)^2}{4a^2} + \frac{4ac - (b-1)^2}{4a^2} \right] \\ &= a \left[\left(x + \frac{b-1}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - (b-1)^2}{4a^2} \right] \text{ luôn cùng dấu với } a \text{ vì biểu thức trong} \\ &\text{móc vuông dương (do } 4ac - (b-x)^2 > 0). \end{aligned}$$

- Nếu $a > 0$ thì $f(x) - x > 0$ hay $f(x) > x$ với mọi giá trị của x .

Từ đó suy ra $a[f(x)]^2 + bf(x) + c > f(x) > x$, với mọi giá trị của x .

Vậy không có giá trị nào của x để $a[f(x)]^2 + bf(x) + c = x$.

- Lập luận tương tự cho trường hợp $a < 0$.