

§4. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

$$\begin{aligned} 25. \text{ a) } \begin{cases} 2x - 11y = -7 \\ 10x + 11y = 31 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 12x = 24 \\ 10x + 11y = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 10 \cdot 2 + 11y = 31 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 11y = 31 - 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Đáp số : $(x ; y) = (2 ; 1)$.

b) Đáp số : $(x ; y) = (-3 ; 4)$.

c) Đáp số : $(x ; y) = (4 ; -1)$.

$$\begin{aligned} \text{d) } \begin{cases} \sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5 \\ 3\sqrt{2}x - \sqrt{3}y = \frac{9}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5 \\ 6\sqrt{2}x - 2\sqrt{3}y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5 \\ 7\sqrt{2}x = 14 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{3}y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}. \end{aligned}$$

Đáp số : $(x ; y) = \left(\sqrt{2} ; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

e) Đáp số : $(x ; y) = \left(\frac{1}{2} ; -\frac{1}{3} \right)$.

f) Đáp số : $(x ; y) = \left(-\frac{1}{3} ; \frac{1}{2} \right)$.

$$\begin{aligned}
 26. \text{ a) } & \begin{cases} 8x - 7y = 5 \\ 12x + 13y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24x - 21y = 15 \\ 24x + 26y = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 7y = 5 \\ 47y = -31 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{31}{47} \\ 8x - 7\left(-\frac{31}{47}\right) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{31}{47} \\ 8x = -\frac{217}{47} + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{31}{47} \\ x = \frac{9}{188} \end{cases}.
 \end{aligned}$$

Đáp số : $(x ; y) = \left(\frac{9}{188} ; -\frac{31}{47} \right)$.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \begin{cases} 3\sqrt{5}x - 4y = 15 - 2\sqrt{7} \\ -2\sqrt{5}x + 8\sqrt{7}y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6\sqrt{5}x - 8y = 30 - 4\sqrt{7} \\ -6\sqrt{5}x + 24\sqrt{7}y = 54 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 3\sqrt{5}x - 4y = 15 - 2\sqrt{7} \\ (24\sqrt{7} - 8)y = 84 - 4\sqrt{7} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{4(21 - \sqrt{7})}{8(3\sqrt{7} - 1)} = \frac{(21 - \sqrt{7})(3\sqrt{7} + 1)}{2.62} = \frac{62\sqrt{7}}{2.62} = \frac{\sqrt{7}}{2} \\ 3\sqrt{5}x - 4 \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} = 15 - 2\sqrt{7} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5} \\ y = \frac{\sqrt{7}}{2} \end{cases}.
 \end{aligned}$$

Đáp số : $(x ; y) = \left(\sqrt{5} ; \frac{\sqrt{7}}{2} \right)$.

$$\begin{aligned}
 27. \text{ a) } & \begin{cases} 5(x + 2y) = 3x - 1 \\ 2x + 4 = 3(x - 5y) - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 10y = 3x - 1 \\ 2x + 4 = 3x - 15y - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 10y = -1 \\ -x + 15y = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 10y = -1 \\ -2x + 30y = -32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 15y = -16 \\ 40y = -33 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{33}{40} \\ x = 15 \cdot \left(-\frac{33}{40}\right) + 16 = \frac{-99 + 128}{8} = \frac{29}{8} \end{cases}.
 \end{aligned}$$

Đáp số : $(x ; y) = \left(\frac{29}{8} ; -\frac{33}{40} \right)$.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \begin{cases} 4x^2 - 5(y + 1) = (2x - 3)^2 \\ 3(7x + 2) = 5(2y - 1) - 3x \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 5y - 5 = 4x^2 - 12x + 9 \\ 21x + 6 = 10y - 5 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 5y = 14 \\ 24x - 10y = -11 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Đáp số : Hệ phương trình vô nghiệm.

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \begin{cases} \frac{2x + 1}{4} - \frac{y - 2}{3} = \frac{1}{12} \\ \frac{x + 5}{2} = \frac{y + 7}{3} - 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 3 - 4y + 8 = 1 \\ 3x + 15 = 2y + 14 - 24 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ 3x - 2y = -25 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Đáp số : Hệ phương trình vô nghiệm.

$$\begin{aligned}
 \text{d) } \begin{cases} \frac{3s - 2t}{5} + \frac{5s - 3t}{3} = s + 1 \\ \frac{2s - 3t}{3} + \frac{4s - 3t}{2} = t + 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 9s - 6t + 25s - 15t = 15s + 15 \\ 4s - 6t + 12s - 9t = 6t + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 19s - 21t = 15 \\ 16s - 21t = 6 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Đáp số : $(s ; t) = (3 ; 2)$.

28. Vì đường thẳng (d) : $ax + by = -1$ đi qua điểm $A(-7 ; 4)$ nên

$$-7a + 4b = -1.$$

Mặt khác, theo giả thiết có $5a - 4b = -5$.

Giải hệ phương trình $\begin{cases} -7a + 4b = -1 \\ 5a - 4b = -5 \end{cases}$ với hai ẩn là a và b , ta được

$$(a ; b) = (3 ; 5).$$

Đáp số : $(a ; b) = (3 ; 5)$.

29. Để đường thẳng (d) : $ax - by = 4$ đi qua $A(4 ; 3)$ và $B(-6 ; -7)$, ta có hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} 4a - 3b = 4 \\ -6a + 7b = 4 \end{cases}$$

Đáp số : $(a ; b) = (4 ; 4)$.

$$\begin{aligned}
 30. \text{ a) } \textit{Cách 1. } \begin{cases} 2(3x - 2) - 4 = 5(3y + 2) \\ 4(3x - 2) + 7(3y + 2) = -2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 4 - 4 = 15y + 10 \\ 12x - 8 + 21y + 14 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5y = 6 \\ 12x + 21y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 30y = 36 \\ 12x + 21y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5y = 6 \\ 51y = -44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5y = 6 \\ y = -\frac{44}{51} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{43}{51} \\ y = -\frac{44}{51} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Cách 2. Đặt $3x - 2 = s$, $3y + 2 = t$, ta có

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} 2s - 4 = 5t \\ 4s + 7t = -2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2s - 5t = 4 \\ 4s + 7t = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4s - 10t = 8 \\ 4s + 7t = -2 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 17t = -10 \\ 2s - 5t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{10}{17} \\ s = \frac{9}{17} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 3x - 2 = \frac{9}{17} \\ 3y + 2 = -\frac{10}{17} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{43}{17} \\ 3y = -\frac{44}{17} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{43}{51} \\ y = -\frac{44}{51} \end{cases}$$

$$\text{Đáp số: } (x; y) = \left(\frac{43}{51}; -\frac{44}{51} \right).$$

$$\text{b) } \textit{Cách 1. } \begin{cases} 3(x + y) + 5(x - y) = 12 \\ -5(x + y) + 2(x - y) = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 2y = 12 \\ -3x - 7y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Cách 2. Đặt $x + y = s$, $x - y = t$, ta có

$$\begin{cases} 3s + 5t = 12 \\ -5s + 2t = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15s + 25t = 60 \\ -15s + 6t = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = -1 \\ t = 3 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\text{Đáp số: } (x; y) = (1; -2).$$

31. Hướng dẫn

– Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} = \frac{2(x-y)}{5} \\ \frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} = 2y-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20x + 20 - 15y - 30 = 24x - 24y \\ 3x - 9 - 4y + 12 = 24y - 12x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = 6 \end{cases}$$

– Thay giá trị của x và y vào phương trình $3mx - 5y = 2m + 1$ để tìm giá trị của m.

Đáp số : $m = 1$.

32. Hướng dẫn

– Giải hệ $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$, tìm được $(x ; y) = (5 ; -1)$.

– Thay $x = 5, y = -1$ vào phương trình $y = (2m - 5)x - 5m$ để tìm giá trị của m.

Đáp số : $m = 4,8$.

33. Hướng dẫn

– Giải hệ phương trình $\begin{cases} 5x + 11y = 8 \\ 10x - 7y = 74 \end{cases}$, tìm được $(x ; y) = (6 ; -2)$.

– Muốn cho ba đường thẳng đồng quy thì (d_3) phải đi qua giao điểm $M(6 ; -2)$ của (d_1) và (d_2) .

Đáp số : $m = 0$.

34*. a) *Hướng dẫn*. Có thể chọn trong hệ đã cho hai phương trình lập thành một hệ có nghiệm duy nhất ; chẳng hạn, hệ

$$\begin{cases} 3x + 5y = 34 \\ 4x - 5y = -13 \end{cases}$$

Giải hệ này, tìm được nghiệm $(x_0 ; y_0)$.

– Nếu $(x_0 ; y_0)$ cũng là nghiệm của phương trình còn lại thì đó là nghiệm của hệ đã cho.

– Nếu $(x_0 ; y_0)$ không phải là nghiệm của phương trình còn lại thì hệ đã cho vô nghiệm.

Đáp số : $(x ; y) = (3 ; 5)$.

b) Trả lời. Vô nghiệm.

Bài tập bổ sung

4.1. a) $(3 ; -2)$; b) $(2 ; -2)$.

4.2. a) $y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$.

b) $y = \sqrt{2}x - 1$.

c) Điểm N có hoành độ bằng 2 trên đường thẳng (d) : $3x - 5y = 1$ có tung độ thoả mãn điều kiện $5y = 3 \cdot 2 - 1 = 5$. Suy ra $y = 1$. Như vậy đồ thị của hàm số cần tìm đi qua hai điểm M(-2 ; 9) và N(2 ; 1). Vì đường thẳng MN không song song với trục của hệ toạ độ nên hàm số có dạng $y = ax + b$; trong đó a, b thoả mãn các điều kiện :

$$\begin{cases} 9 = -2a + b \\ 1 = 2a + b. \end{cases}$$

Do đó $b = 5$, $a = -2$. Vậy hàm số phải tìm là $y = -2x + 5$.

4.3. Điều kiện : $x \neq -y$, $y \neq -z$, $z \neq -x$.

Từ hệ đã cho suy ra x, y, z đều khác 0. Do đó ta có hệ :

$$\begin{cases} \frac{x+y}{xy} = \frac{3}{2} \\ \frac{y+z}{yz} = \frac{5}{6} \\ \frac{z+x}{zx} = \frac{4}{3} \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{4}{3}. \end{cases}$$

Đặt $u = \frac{1}{x}$, $v = \frac{1}{y}$, $w = \frac{1}{z}$, ta có hệ

$$\begin{cases} u + v = \frac{3}{2} \\ v + w = \frac{5}{6} \\ w + u = \frac{4}{3}. \end{cases}$$

Cộng vế với vế các phương trình trong hệ, ta được

$$u + v + w = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{6} + \frac{4}{3} \right) = \frac{11}{6}.$$

Suy ra $u = \frac{11}{6} - \frac{5}{6} = 1$; $v = \frac{11}{6} - \frac{4}{3} = \frac{1}{2}$; $w = \frac{11}{6} - \frac{3}{2} = \frac{1}{3}$.

Do đó $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$. Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(x, y, z) = (1 ; 2 ; 3)$.