

§5. Công thức nghiệm thu gọn

27. a) $b' = -3, \Delta' = (-3)^2 - 5 \cdot (-1) = 14, x_1 = \frac{3 - \sqrt{14}}{5}, x_2 = \frac{3 + \sqrt{14}}{5}.$

b) $b' = 7, \Delta' = 7^2 - (-3)(-8) = 49 - 24 = 25, x_1 = \frac{-7-5}{-3} = 4, x_2 = \frac{-7+5}{-3} = \frac{2}{3}.$

c) $-7x^2 + 4x = 3 \Leftrightarrow 7x^2 - 4x + 3 = 0, \Delta' = 4 - 21 < 0,$ vậy phương trình vô nghiệm.

d) *Đáp số* : $\Delta' = 0,$ phương trình có nghiệm kép : $x_1 = x_2 = -\frac{1}{3}.$

28. a) $x^2 + 2 + 2\sqrt{2} = 2(1 + \sqrt{2})x \Leftrightarrow x^2 - 2(1 + \sqrt{2})x + 2 + 2\sqrt{2} = 0,$

$$\Delta' = (1 + \sqrt{2})^2 - (2 + 2\sqrt{2}) = 1, \quad x_1 = 1 + \sqrt{2} - 1 = \sqrt{2},$$

$$x_2 = 1 + \sqrt{2} + 1 = 2 + \sqrt{2}.$$

b) $\sqrt{3}x^2 + 2x - 1 = 2\sqrt{3}x + 3 \Leftrightarrow \sqrt{3}x^2 + 2(1 - \sqrt{3})x - 4 = 0.$

$$\Delta' = (1 - \sqrt{3})^2 + 4\sqrt{3} = (1 + \sqrt{3})^2, \quad x_1 = \frac{\sqrt{3} - 1 - 1 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}, \quad x_2 = 2.$$

$$c) -2\sqrt{2}x - 1 = \sqrt{2}x^2 + 2x + 3 \Leftrightarrow \sqrt{2}x^2 + 2(\sqrt{2} + 1)x + 4 = 0,$$

$$\Delta' = (\sqrt{2} + 1)^2 - 4\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2,$$

$$x_1 = \frac{-\sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}} = -2, \quad x_2 = -\sqrt{2}.$$

$$d) x^2 - 2\sqrt{3}x - \sqrt{3} = 2x^2 + 2x + \sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 + 2(1 + \sqrt{3})x + 2\sqrt{3} = 0,$$

$$\Delta' = (1 + \sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} = 4, \quad x_1 = -1 - \sqrt{3} - 2 = -3 - \sqrt{3},$$

$$x_2 = -1 - \sqrt{3} + 2 = 1 - \sqrt{3}.$$

$$e) \sqrt{3}x^2 + 2\sqrt{5}x - 3\sqrt{3} = -x^2 - 2\sqrt{3}x + 2\sqrt{5} + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (1 + \sqrt{3})x^2 + 2(\sqrt{5} + \sqrt{3})x - 3\sqrt{3} - 2\sqrt{5} - 1 = 0,$$

$$\Delta' = 5 + 3 + 2\sqrt{15} + (1 + \sqrt{3})(3\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + 1) =$$

$$= 18 + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{15} = (1 + 2\sqrt{3} + \sqrt{5})^2,$$

$$x_1 = \frac{-\sqrt{5} - \sqrt{3} - 1 - 2\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + 1} = -\frac{1 + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{3} + 1} = \sqrt{3} + \sqrt{5} - 4 - \sqrt{15},$$

$$x_2 = \frac{-\sqrt{5} - \sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} + 1} = 1.$$

29. a) $3 = -(x - 1)^2 + 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$. Suy ra $x_1 = 0, x_2 = 2$.

b) Khi vận động viên chạm mặt nước thì $h = 0$. Do đó $-(x - 1)^2 + 4 = 0$ hay $x^2 - 2x - 3 = 0$. Suy ra $x_1 = -1, x_2 = 3$. Vì khoảng cách không âm nên $x_2 = 3(\text{m})$.

30. *Đáp số*: a) $x_1 = x_2 = 0,25$; b) $x_1 \approx 1,76, x_2 \approx -0,09$;

c) $x_1 \approx -0,41, x_2 \approx -4,39$; d) $x_1 = 0,125, x_2 \approx 0,5$.

31. a) $\frac{1}{3}x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0$. Suy ra $x_1 = x_2 = 3$;

b) $-\frac{1}{2}x^2 = x - 8 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 16 = 0$. Suy ra

$$x_1 = -1 - \sqrt{17}, x_2 = -1 + \sqrt{17}.$$

32. a) Nếu $x = -3$ là một nghiệm của phương trình thì $2(-3)^2 - m^2 \cdot (-3) + 18m = 0$
hay $3m^2 + 18m + 18 = 0$. Suy ra : $m_1 = -3 - \sqrt{3}, m_2 = -3 + \sqrt{3}$.

b) *Đáp số* : $m_1 = \frac{2 - \sqrt{14}}{5}, m_2 = \frac{2 + \sqrt{14}}{5}$.

33. a) $\Delta' = m^2 + 6m + 9 - m^2 - 3 = 6m + 6 > 0$. Suy ra $m > -1$;

b) *Đáp số* : $m < \frac{1}{3}, m \neq -1$.

34. a) $\Delta' = m^2 + 10m - 75 = 0$. Suy ra : $m_1 = -15, m_2 = 5$.

b) *Trả lời* : Không có giá trị nào của m để phương trình có nghiệm kép.

Bài tập bổ sung

5.1. (B).

5.2. $a^2 \leq b^2 + c^2$.

5.3. Mở ngoặc và rút gọn vế trái của phương trình đã cho ta được

$$3x^2 - 2(a + b + c)x + ab + bc + ca = 0.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \Delta' &= (a + b + c)^2 - 3(ab + bc + ca) = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \\ &= \frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2). \end{aligned}$$

Vì $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \geq 0, b^2 - 2bc + c^2 = (b - c)^2 \geq 0,$

$c^2 - 2ca + a^2 = (c - a)^2 \geq 0$ nên $\Delta' \geq 0$. Vậy phương trình luôn có nghiệm.