

§6. Hệ thức Vi-ét và ứng dụng

35. *Đáp số* : a) $x_1 = -1, x_2 = \frac{5}{3}$; $x_1 + x_2 = -1 + \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$, $x_1 \cdot x_2 = -\frac{5}{3}$;

b) $x_1 = -2, x_2 = \frac{8}{5}$; $x_1 + x_2 = -2 + \frac{8}{5} = -\frac{2}{5}$, $x_1 \cdot x_2 = -\frac{16}{5}$;

c) $x_1 = -8, x_2 = 2$; $x_1 + x_2 = -8 + 2 = -6 = \frac{-2}{\frac{1}{3}}$, $x_1 \cdot x_2 = -16 = -\frac{16}{3} : \frac{1}{3}$;

$$d) x_1 = 3 - \sqrt{5}, x_2 = 3 + \sqrt{5}, x_1 + x_2 = 6 = -(-3) : \frac{1}{2},$$

$$x_1 \cdot x_2 = (3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 4 = 2 : \frac{1}{2}.$$

36. Đáp số : a) $x_1 + x_2 = \frac{7}{2}, x_1 \cdot x_2 = 1 ;$

b) $x_1 + x_2 = -\frac{9}{2}, x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{2} ;$

c) $D' = 4 - (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{2}) = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \sqrt{6} > 0,$

$$x_1 + x_2 = -\frac{4}{2 - \sqrt{3}} = -4(2 + \sqrt{3}), x_1 \cdot x_2 = \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{3}} = (2 + \sqrt{2})(2 + \sqrt{3}) ;$$

d) $\Delta = 9 - 4 \cdot 1,4 \cdot 1,2 = 2,28 > 0, x_1 + x_2 = 3 : 1,4 = \frac{15}{7}, x_1 \cdot x_2 = 1,2 : 1,4 = \frac{6}{7} ;$

e) Vì $\Delta = 1 - 4 \cdot 5 \cdot 2 < 0$ nên phương trình không có nghiệm.

37. Đáp số : a) $x_1 = 1, x_2 = \frac{2}{7} ;$

b) $x_1 = -1, x_2 = \frac{32}{23} ;$

c) $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1979}{1975} ;$

d) $x_1 = 1, x_2 = -\frac{10(5 - \sqrt{2})}{23} ;$

e) $x_1 = -1, x_2 = \frac{11}{2} ;$

f) $x_1 = 1, x_2 = \frac{198}{311}.$

38. Đáp số : a) $x_1 = 2, x_2 = 4 ;$

b) $x_1 = 4, x_2 = 8 ;$

c) $x_1 = -2, x_2 = -4 ;$

d) $x_1 = -2, x_2 = 5 ;$

e) $x_1 = -5, x_2 = 2.$

39. a) $x_1 = -3$ là một nghiệm vì $3 \cdot (-3)^2 + 2(-3) - 21 = 27 - 6 - 21 = 0.$

Cách 1. Theo hệ thức Vi-ét, $-3 \cdot x_2 = \frac{-21}{3} = -7.$ Suy ra $x_2 = \frac{7}{3}.$

Cách 2. Theo hệ thức Vi-ét, $-3 + x_2 = \frac{-2}{3}.$ Suy ra $x_2 = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}.$

b) *Đáp số :* $x_2 = -\frac{23}{4}.$

40. a) Theo hệ thức Vi-ét, $7 \cdot x_2 = -35$. Suy ra $x_2 = -5$. Lại theo hệ thức Vi-ét, $-m = 7 - 5 = 2$. Vậy $m = -2$;

b) *Đáp số* : $x_2 = 0,5$, $m = 6,25$;

c) Theo hệ thức Vi-ét, $-2 + x_2 = -\frac{3}{4}$. Suy ra $x_2 = \frac{5}{4}$. Lại theo hệ thức Vi-ét,

$$\frac{-m^2 + 3m}{4} = -2 \cdot \frac{5}{4} \text{ hay } m^2 - 3m - 10 = 0. \text{ Suy ra : } m_1 = -2, m_2 = 5 ;$$

d) *Đáp số* : $x_2 = 5$, $m = 11$.

41. a) u và v là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 14x + 40 = 0$. Suy ra $u = 4$, $v = 10$ hoặc $u = 10$, $v = 4$.

b) *Đáp số* : $u = -3$, $v = -4$ hoặc $u = -4$, $v = -3$.

c) *Đáp số* : $u = -8$, $v = 3$ hoặc $u = 3$, $v = -8$.

d) *Trả lời* : Vì $4^2 - 4 \cdot 19 < 0$ nên bài toán không có lời giải.

e) Đặt $v' = -v$, ta có $u + v' = 10$, $u \cdot v' = -24$. u và v' là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 10x - 24 = 0$. Suy ra $u = 12$, $v' = -2$ hoặc $u = -2$, $v' = 12$. Từ đó ta được :

$$u = 12, v = 2 \text{ hoặc } u = -2, v = -12.$$

f) *Cách 1*. $uv = 18 \Rightarrow u^2 v^2 = 324$. Từ $u^2 + v^2 = 85$ và hệ thức Vi-ét suy ra u^2 và v^2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 85x + 324 = 0$. Giải phương trình, ta được :

$$u^2 = 4 \text{ hoặc } u^2 = 81. \text{ Do đó } u = \pm 2 \text{ hoặc } u = \pm 9.$$

Từ $uv = 18$ suy ra :

- Nếu $u = 2$ thì $v = 9$;

- Nếu $u = -2$ thì $v = -9$;

- Nếu $u = 9$ thì $v = 2$;

- Nếu $u = -9$ thì $v = -2$.

Cách 2. Từ giả thiết suy ra $u^2 + 2uv + v^2 = 121$. Do đó $u + v = \pm 11$.

- Nếu $u + v = 11$ và $uv = 18$ thì u và v là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 11x + 18 = 0$. Suy ra : $u = 2$, $v = 9$ hoặc $u = 9$, $v = 2$.

$$c) 5x^2 + 8x - 4 = 5(x + 2)\left(x - \frac{2}{5}\right) = (x + 2)(5x - 2);$$

$$d) x^2 - (1 + 2\sqrt{3})x - 3 + \sqrt{3} = (x - 3 - \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3}).$$

6.4. a) $\Delta' = -9m^2 + 9m + 18 = -9(m^2 - m - 2) = -9(m + 1)(m - 2) \geq 0$ khi

$$(I) \begin{cases} m + 1 \leq 0 \\ m - 2 \geq 0 \end{cases} \text{ hoặc } (II) \begin{cases} m + 1 \geq 0 \\ m - 2 \leq 0 \end{cases}$$

(I) không thể xảy ra. (II) xảy ra khi $-1 \leq m \leq 2$.

$$b) S = x_1 + x_2 = \frac{2(m + 4)}{2m - 1}, P = x_1 x_2 = \frac{5m + 2}{2m - 1}.$$

c) Từ b) suy ra $2mS - S = 2m + 8$ hay $2m(S - 1) = S + 8$.

Rõ ràng $S \neq 1$ vì $2m + 8 \neq 2m - 1$. Do đó $m = \frac{S + 8}{2(S - 1)}$.

Thay giá trị này vào biểu thức P ta được :

$$P = \frac{5 \frac{S + 8}{2(S - 1)} + 2}{2 \frac{S + 8}{2(S - 1)} - 1} = \frac{5S + 40 + 4S - 4}{2S + 16 - 2S + 2} = \frac{9S + 36}{18} = \frac{S + 4}{2}.$$