§7. Phương trình quy về phương trình bậc hai

45. Giải các phương trình :

a) $(x + 2)^2 - 3x - 5 = (1 - x)(1 + x)$;

b) $(x - 1)^3 + 2x = x^3 - x^2 - 2x + 1$;

c) $x(x^2 - 6) - (x - 2)^2 = (x + 1)^3$;

d) $(x + 5)^2 + (x - 2)^2 + (x + 7)(x - 7) = 12x - 23$.

46. Giải các phương trình :

a) $\dfrac{12}{x - 1} - \dfrac{8}{x + 1} = 1$;

b) $\dfrac{16}{x - 3} + \dfrac{30}{1 - x} = 3$;

c) $\dfrac{x^2 - 3x + 5}{(x - 3)(x + 2)} = \dfrac{1}{x - 3}$;

d) $\dfrac{2x}{x - 2} - \dfrac{x}{x + 4} = \dfrac{8x + 8}{(x - 2)(x + 4)}$;

e) $\dfrac{x^3 + 7x^2 + 6x - 30}{x^3 - 1} = \dfrac{x^2 - x + 16}{x^2 + x + 1}$;

f) $\dfrac{x^2 + 9x - 1}{x^4 - 1} = \dfrac{17}{x^3 + x^2 + x + 1}$.

47. Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình tích :

a) $3x^3 + 6x^2 - 4x = 0$;

b) $(x + 1)^3 - x + 1 = (x - 1)(x - 2)$;

c) $(x^2 + x + 1)^2 = (4x - 1)^2$; d) $(x^2 + 3x + 2)^2 = 6(x^2 + 3x + 2)$;

e) $(2x^2 + 3)^2 - 10x^3 - 15x = 0$; f) $x^3 - 5x^2 - x + 5 = 0$.

48. Giải các phương trình trùng phương :

a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$; b) $y^4 - 1{,}16y^2 + 0{,}16 = 0$;

c) $z^4 - 7z^2 - 144 = 0$; d) $36t^4 - 13t^2 + 1 = 0$;

e) $\frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6} = 0$; f) $\sqrt{3}x^4 - (2 - \sqrt{3})x^2 - 2 = 0$.

49. Chứng minh rằng khi a và c trái dấu thì phương trình trùng phương $ax^4 + bx^2 + c = 0$ chỉ có hai nghiệm và chúng là hai số đối nhau.

50. Giải các phương trình sau bằng cách đặt ẩn phụ :

a) $(4x - 5)^2 - 6(4x - 5) + 8 = 0$;

b) $(x^2 + 3x - 1)^2 + 2(x^2 + 3x - 1) - 8 = 0$;

c) $(2x^2 + x - 2)^2 + 10x^2 + 5x - 16 = 0$; d) $(x^2 - 3x + 4)(x^2 - 3x + 2) = 3$;

e) $\frac{2x^2}{(x + 1)^2} - \frac{5x}{x + 1} + 3 = 0$; f) $x - \sqrt{x - 1} - 3 = 0$.

Bài tập bổ sung

7.1. Giải các phương trình :

a) $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3 = 0$;

b) $5 - \sqrt{3 - 2x} = |2x - 3|$.

7.2*. Cho phương trình $x + 2\sqrt{x - 1} - m^2 + 6m - 11 = 0$.

a) Giải phương trình khi $m = 2$.

b) Chứng minh rằng phương trình có nghiệm với mọi giá trị của m.

7.3*. (*Đề thi học sinh giỏi toán Bulgari – Mùa xuân 1997*)

Tìm giá trị của m để phương trình

$$[x^2 - 2mx - 4(m^2 + 1)][x^2 - 4x - 2m(m^2 + 1)] = 0$$

có đúng ba nghiệm phân biệt.