

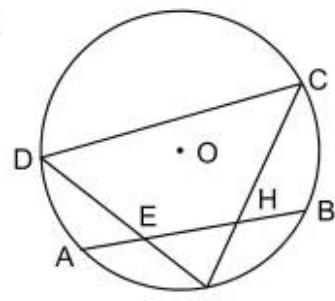
§7. Tứ giác nội tiếp

39. (h.54) \widehat{DEB} là góc có đỉnh ở trong đường tròn (O), nên

$$\widehat{DEB} = \frac{sđ \widehat{DCB} + sđ \widehat{AS}}{2}. \quad (1)$$

\widehat{DCS} là góc nội tiếp đường tròn (O) nên

$$\widehat{DCS} = \frac{sđ \widehat{DAS}}{2} = \frac{sđ \widehat{DA} + sđ \widehat{AS}}{2}. \quad (2)$$



Hình 54

Từ (1) và (2), ta có

$$\widehat{DEB} + \widehat{DCS} = \frac{sđ \widehat{DCB} + sđ \widehat{AS} + sđ \widehat{DA} + sđ \widehat{AS}}{2}.$$

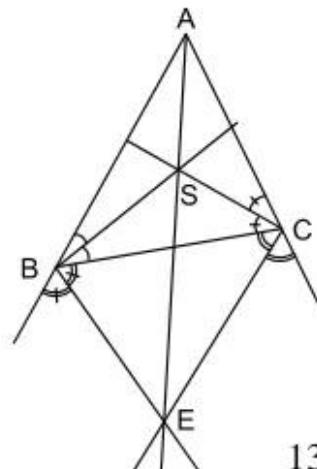
Mà $\widehat{AS} = \widehat{SB}$ (S là điểm chính giữa của cung AB),

$$\text{do vậy } \widehat{DEB} + \widehat{DCS} = \frac{sđ \widehat{DCB} + sđ \widehat{AS} + sđ \widehat{DA} + sđ \widehat{SB}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ.$$

Vậy tứ giác EHCD nội tiếp được đường tròn vì có tổng hai góc đối diện bằng 180° .

40. (h.55) $\widehat{SBE} = 90^\circ$ (góc tạo bởi hai tia phân giác của hai góc kề bù);

$\widehat{SCE} = 90^\circ$ (góc tạo bởi hai tia phân giác của hai góc kề bù).



139

Vậy $\widehat{SBE} + \widehat{SCE} = 180^\circ$ suy ra BSCE là tứ giác nội tiếp.

Hình 55

41. (h.56) a) Từ tam giác ABC cân, ta có

$$\widehat{\text{BCA}} = \frac{180^\circ - 20^\circ}{2} = 80^\circ.$$

Từ tam giác ADB cân, ta có

$$\widehat{\text{ADB}} = 180^\circ - 2 \times 40^\circ = 100^\circ.$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\widehat{\text{BCA}} \pm \widehat{\text{ADB}} \equiv 80^\circ \pm 100^\circ \equiv 180^\circ.$$

Vậy ACBD là tứ giác nội tiếp.

b) \widehat{AED} là góc có đỉnh ở trong đường tròn, nên

$$\widehat{AED} = \frac{\widehat{sD\ BC} + \widehat{sD\ AD}}{2}.$$

Mà $\widehat{BAC} = 20^\circ$ là góc nội tiếp chắn cung BC nên $\widehat{BC} = 40^\circ$

$\widehat{\text{ABD}} = 40^\circ$ là góc nội tiếp chắn cung AD nên $\widehat{sđAD} = 80^\circ$.

$$\text{Vậy } \widehat{\text{AED}} = \frac{40^\circ + 80^\circ}{2} = 60^\circ.$$

42. (h.57) Nội PA, PB, PC, AM, AN ta có các tứ giác nội tiếp AMBP, BDCP và APCN.

$\widehat{\text{MAP}} = \widehat{\text{PBD}}$ (cùng bù với $\widehat{\text{MBP}}$)

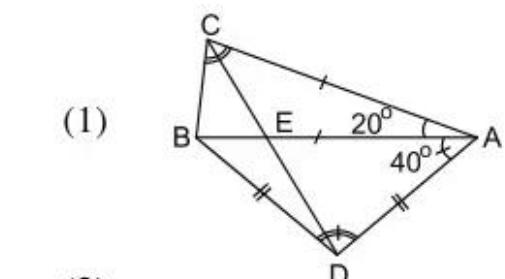
$\widehat{\text{PAN}} = \widehat{\text{PCD}}$ (cùng bù với $\widehat{\text{PCN}}$).

Suvra

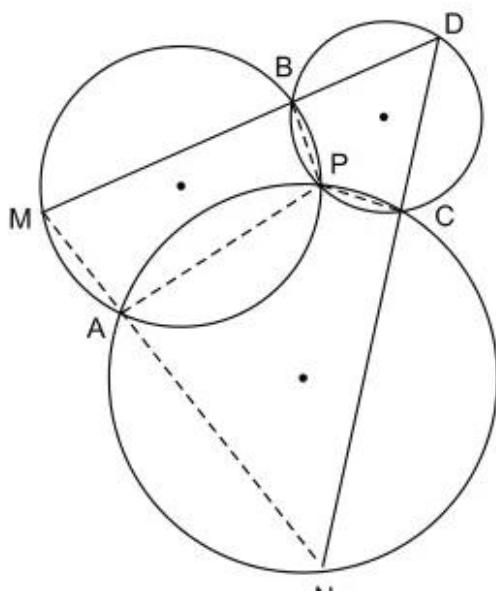
$$\widehat{\text{MAP}} + \widehat{\text{PAN}} \equiv \widehat{\text{PBD}} + \widehat{\text{PCD}} \equiv 180^\circ$$

Do đó ba điểm M, A, N thẳng hàng.

43. (h.58) Từ giả thiết $AE \cdot EC = BE \cdot ED$,
suy ra



Hình 56



$$\frac{AE}{ED} = \frac{EB}{EC}. \quad (1)$$

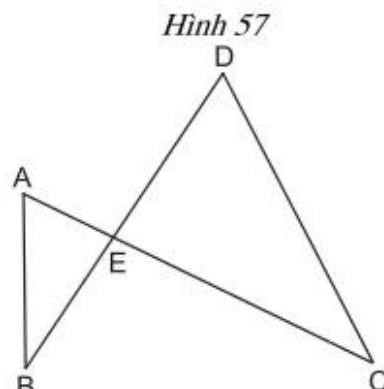
Ta lại có $\widehat{AEB} = \widehat{DEC}$ (đối đỉnh). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\Delta AEB \sim \Delta DEC$,
từ đó $\widehat{BAE} = \widehat{CDE}$.

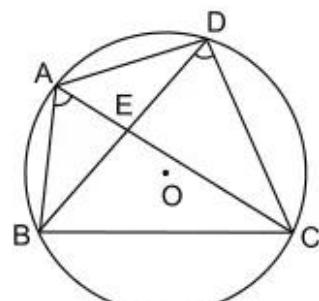
Đoạn thẳng BC cố định, $\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$, A và D ở trong cùng một nửa mặt phẳng có bờ BC nên bốn điểm A, B, C, D cùng nằm trên một đường tròn.

Nhận xét

Nếu một tứ giác có hai đỉnh kề nhau nhìn cạnh nối hai đỉnh còn lại dưới hai góc bằng nhau thì tứ giác ấy nội tiếp được trong một đường tròn (h.59).



Hình 58



Hình 59

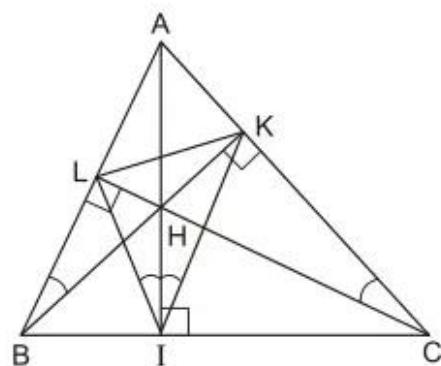
Bài tập bổ sung

7.1. Vì tam giác ABC có ba góc nhọn nên các đường cao cắt nhau tại điểm H nằm trong tam giác đó (h.bs.23).

a) $LHIB, HICK, HKAL$ là các tứ giác nội tiếp vì có tổng hai góc đối diện bằng 180° .

$BLKC, CILA, AKIB$ là các tứ giác nội tiếp vì có hai đỉnh cùng nhìn một cạnh dưới một góc vuông.

b) $LHIB$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{LBH} = \widehat{LKH}$ (cùng chắn cung nhỏ LH).



Hình bs.23

$HICK$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{HIK} = \widehat{HCK}$ (vì cùng chắn cung nhỏ KH).

$BLKC$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{LBK} = \widehat{LCK}$ (vì cùng chắn cung nhỏ LK).

Từ đó suy ra $\widehat{LBH} = \widehat{LKH} = \widehat{KIH} = \widehat{KCH}$.

c) Bằng cách tương tự ý b) của bài này ta chứng minh được $\widehat{HCl} = \widehat{Hki} = \widehat{Hkl} = \widehat{Hal}$. Từ đó suy ra điều phải chứng minh.

7.2. Xem hình vẽ (h.bs.24).

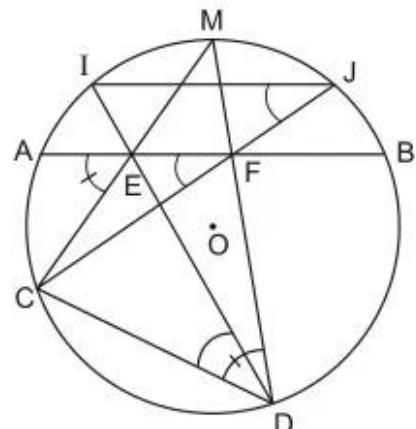
Ta có cung AM và MB bằng nhau
nên $\widehat{AEC} = \widehat{CDM}$ (cùng bằng nửa số đo
của cung nhỏ CM).

Suy ra $CDFE$ là tứ giác nội tiếp.

Từ đó $\widehat{CDE} = \widehat{CFE}$ (cùng chắn cung CE).

Lại có $\widehat{IJC} = \widehat{IDC}$ (cùng chắn cung CI).

Vậy $\widehat{IJC} = \widehat{AFC}$, suy ra Jl song song
với AB .



Hình bs.24