

§9. Độ dài đường tròn, cung tròn

52. Gọi a và b lần lượt là số tăng của bán kính R và r khi độ dài của mỗi đường tròn đều tăng thêm 1m . Ta có :

$$2\pi(R + a) = 2\pi R + 1 \Rightarrow 2\pi a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2\pi}(\text{m}) ;$$

$$2\pi(r + b) = 2\pi r + 1 \Rightarrow 2\pi b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2\pi}(\text{m}).$$

Vậy bán kính của mỗi đường tròn đều tăng $\frac{1}{2\pi}(\text{m})$.

53. a) Cạnh của lục giác đều bằng bán kính R của đường tròn ngoại tiếp, vậy theo giả thiết thì $R = 4\text{cm}$.

Độ dài đường tròn ngoại tiếp là $2\pi \cdot 4 = 8\pi (\text{cm})$.

b) Cạnh a của hình vuông tính theo bán kính đường tròn ngoại tiếp là

$$a = R\sqrt{2}, \text{ suy ra } R = \frac{a}{\sqrt{2}}. \text{ Thay số ta có}$$

$$R = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ (cm).}$$

Vậy độ dài đường tròn ngoại tiếp là $2\pi \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot \pi$ (cm).

c) Cạnh a của tam giác đều tính theo bán kính đường tròn ngoại tiếp là

$$a = R\sqrt{3} \Rightarrow R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \text{ (cm).}$$

Độ dài đường tròn ngoại tiếp là

$$2\pi \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \cdot \pi \text{ (cm).}$$

54. Gọi R là bán kính Trái Đất, ta có $2\pi R \approx 40\,000\text{km}$.

$$\text{Vậy } R \approx \frac{40\,000}{2\pi} \approx \frac{40\,000}{6,28} \approx 6369 \text{ (km).}$$

55. Cung 180° ứng với 20 000 (km),

cung 56° ứng với x (km).

$$\text{Vậy } x \approx \frac{20\,000 \times 56}{180} \approx 6222 \text{ (km).}$$

56. (h.67) Đường cong a là nửa đường tròn đường kính 12cm.

Đường cong b là ba nửa đường tròn đường kính 4cm.

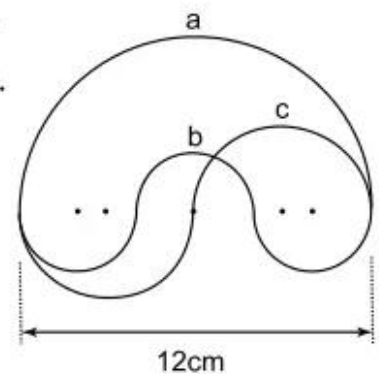
Đường cong c là hai nửa đường tròn đường kính 6cm.

$$\text{Ta có : } a = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 12 = 6\pi \text{ (cm) ;}$$

$$b = \frac{3}{2} \cdot \pi \cdot 4 = 6\pi \text{ (cm) ;}$$

$$c = \pi \cdot 6 = 6\pi \text{ (cm).}$$

Vậy ba đường cong có độ dài bằng nhau.



Hình 67

57. (h.68a) • \widehat{AmI} là nửa đường tròn đường kính $AI = 4\text{cm}$. Có hai cung như thế.

\widehat{AnJ} là $\frac{1}{6}$ đường tròn bán kính

$IJ = 4\text{cm}$. Có bốn cung như thế.

Gọi l_1, l_2 lần lượt là độ dài của

\widehat{AmI} và \widehat{AnJ} , ta có :

$$l_1 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4 = 2\pi \text{ (cm)}$$

$$l_2 = \frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot 4 = \frac{4}{3} \pi \text{ (cm)}.$$

Chu vi quả tim ở hình 68a) là

$$2\pi \times 2 + \frac{4}{3} \pi \times 4 = \frac{28}{3} \pi \text{ (cm)}.$$

• (h.68b) \widehat{CpS} là nửa đường tròn đường kính $CS = 4\text{cm}$. Có hai cung như thế.

\widehat{CqT} là $\frac{1}{6}$ đường tròn bán kính $DC = 8\text{cm}$. Có hai cung như thế.

Gọi l_3, l_4 lần lượt là độ dài của \widehat{CpS} và \widehat{CqT} , ta có :

$$l_3 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4 = 2\pi \text{ (cm)}$$

$$l_4 = \frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot 8 = \frac{8}{3} \pi \text{ (cm)}.$$

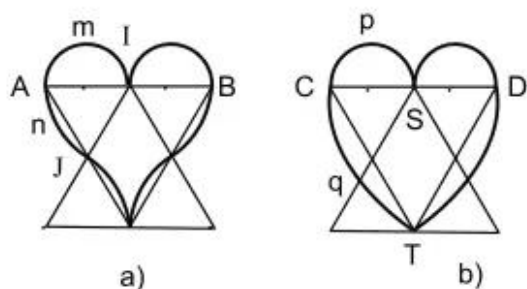
Chu vi quả tim ở hình 68b) là $2\pi \times 2 + \frac{8}{3} \pi \times 2 = \frac{28}{3} \pi \text{ (cm)}$.

Vậy hai quả tim có chu vi bằng nhau.

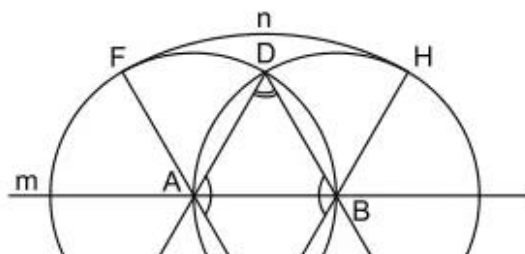
58. (h.69) Cách vẽ :

Vẽ đoạn thẳng $AB = 3\text{cm}$.

Vẽ đường tròn tâm A, bán kính 3cm.



Hình 68



Vẽ đường tròn tâm B, bán kính 3cm.

Hai đường tròn (A) và (B) giao nhau tại C và D.

Vẽ cung tròn tâm C, bán kính 6cm, cung tròn này tiếp xúc với (A) và (B) lần lượt tại F và H.

Vẽ cung tròn tâm D, bán kính 6cm. Cung này tiếp xúc với (A) và (B) lần lượt tại E và G.

Hình 69

Chu vi :

$\widehat{FmE} = \frac{1}{3}$ đường tròn bán kính 3cm. Có hai cung như thế ;

$\widehat{FnH} = \frac{1}{6}$ đường tròn bán kính 6cm. Có hai cung như thế.

Gọi l_1, l_2 lần lượt là độ dài của \widehat{FmE} và \widehat{FnH} , ta có :

$$l_1 = \frac{1}{3} \cdot 2\pi \cdot 3 = 2\pi \text{ (cm)} ;$$

$$l_2 = \frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot 6 = 2\pi \text{ (cm)}.$$

Vậy chu vi hình quả trứng là $2\pi \times 2 + 2\pi \times 2 = 8\pi \text{ (cm)}$.

59. Trước hết ta đổi $36^\circ 45'$ thành $\frac{147^\circ}{4}$.

Độ dài cung tròn phải tìm là :

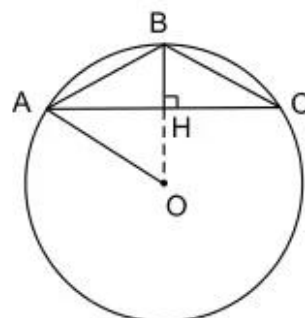
$$\frac{\pi R \cdot \frac{147}{4}}{180} = \frac{49}{240} \pi R.$$

60. (h.70) $\hat{B} = 120^\circ$ suy ra $\hat{A} = \hat{C} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$ (vì tam giác ABC cân),

$OB \perp AC$ tại H, H là trung điểm của AC.

Theo giả thiết, ta có $AH = 6 : 2 = 3 \text{ (cm)}$.

Tam giác vuông AHB là nửa tam giác đều nên



$$\frac{AB \cdot \sqrt{3}}{2} = AH \text{ (đường cao h của tam giác đều)}$$

tính theo cạnh a là $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$).

Thay số, ta có $\frac{AB \cdot \sqrt{3}}{2} = 3$, suy ra $AB = 2\sqrt{3}$ (cm).

Hình 70

Trong đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, ta có :

$\widehat{BOA} = 2 \cdot \widehat{BCA} = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$. Suy ra tam giác AOB là tam giác đều, từ đó

$$OB = AB = 2\sqrt{3} \text{ (cm).}$$

Vậy độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

$$2\pi \cdot 2\sqrt{3} = 4\pi\sqrt{3} \text{ (cm).}$$

61. a) Nếu gọi C là độ dài đường tròn và d là đường kính của nó thì $\pi = \frac{C}{d}$.

Theo quy tắc trên, ta tìm d như sau, lấy C chia làm tám phần (quân bát), mỗi phần là $\frac{C}{8}$, bỏ đi $\frac{3C}{8}$ (phát tam), còn lại $\frac{5C}{8}$ (tồn ngũ) lại chia đôi được $\frac{5C}{16}$ (quân nhị), từ đó $d = \frac{5C}{16}$. Từ đây ta tính được

$$\pi \approx \frac{C}{\frac{5C}{16}} = \frac{16}{5} = 3,2.$$

b) Lấy dây quấn xung quanh thân cây tròn được độ dài C. Suy ra đường kính của thân cây là $\frac{5}{16}C$.

62. Quãng đường đi được của Trái Đất sau một ngày là

$$\frac{2 \times 3,14 \times 150\,000\,000}{365} \approx 2\,580\,822 \approx 2\,580\,000 \text{ (km).}$$

Bài tập bổ sung

9.1. Hình đó gồm một nửa đường tròn bán kính 3R và 3 nửa đường tròn có bán kính R. Do đó, chu vi của hình đã cho là

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3R}{2} + 3 \cdot \frac{2\pi R}{2} = 6\pi R.$$

9.2. Xem hình vẽ (h.bs.26).

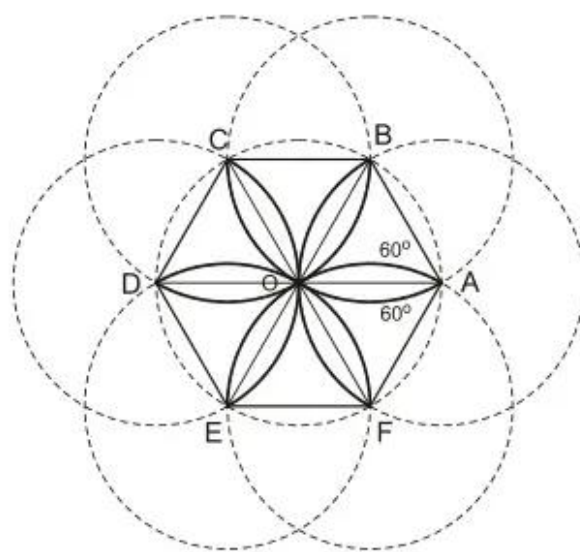
Ta có 12 cung đơn hoặc 6 cung kép tạo nên cánh hoa đó.

Xét một cung kép, chẳng hạn BOF , là cung của một đường tròn tâm A bán kính R với góc ở tâm là 120° , nên có độ dài là

$$l = \frac{\pi \cdot R \cdot 120}{180} = \frac{2\pi R}{3}.$$

Vậy chu vi cánh hoa là

$$C = 6 \cdot \frac{2\pi R}{3} = 4\pi R.$$



Hình bs.26