LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

A. Phần đại số

1. Đáp số đúng là (C).

2. Câu trả lời đúng là (D).

3. Đáp số đúng là (C).

4. Ta có

$$\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}-\frac{3}{2}\sqrt{4,5}+\frac{2}{5}\sqrt{50}\right):\frac{4}{15}\sqrt{\frac{1}{8}}$$

$$=\frac{1}{2}.\frac{15}{4}\sqrt{\frac{1}{2}.8}-\frac{3}{2}.\frac{15}{4}\sqrt{4,5.8}+\frac{2}{5}.\frac{15}{4}\sqrt{50.8}$$

$$=\frac{15}{8}.2-\frac{45}{8}.6+\frac{3}{2}.20=\frac{15-135}{4}+30=\frac{-120}{4}+30=-30+30=0.$$

5. $P=\dfrac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2=\dfrac{(\sqrt{x})^3+(\sqrt{y})^3}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2$

$$=x-\sqrt{xy}+y-x+2\sqrt{xy}-y=\sqrt{xy}.$$

6. Biến đổi vế trái, ta được

$$\left(\frac{1}{a-\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{a}-1}\right):\frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1} = \frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}:\frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}.\frac{(\sqrt{a}-1)^2}{\sqrt{a}+1} = \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}.$$

7. a) Điều kiện để P có nghĩa là $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Rút gọn ta được $P = \sqrt{x}(1-\sqrt{x})$.

b) $P = -x + \sqrt{x} = -\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}$.

Vậy P lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$ khi $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$ hay $x = \frac{1}{4}$.

8. Đáp số đúng là (D). Điểm $(-1\ ;\ 7)$.

9. a) Hàm số đồng biến khi hệ số $a = m - 3 > 0$ hay $m > 3$ và nghịch biến khi $m < 3$.

b) Toạ độ điểm A phải nghiệm đúng hệ thức $y = (m-3)x$ tức là $2 = (m-3).1$ suy ra $m = 5$. Ta có hàm số $y = 2x$.

c) Tương tự, ta tìm được $m = 1$. Hàm số cần tìm là $y = -2x$.

10. Câu trả lời đúng là (D). Cặp số $\left(\frac{19}{7}\ ;\ \frac{17}{7}\right)$.

11. a) *Hướng dẫn.* Điều kiện $x \neq \pm y$. Đặt $\frac{1}{x+y} = u$, $\frac{1}{x-y} = v$.

Đáp số : $\left(\frac{77}{20}\ ;\ -\frac{63}{20}\right)$.

b) *Hướng dẫn.* Điều kiện $x \geq 0$; $y \geq 0$. Đặt $\sqrt{x} = u$ ($u \geq 0$), $\sqrt{y} = v$ ($v \geq 0$).

Đáp số : $(0\ ;\ 1)$.

12. Câu trả lời đúng là (D).

13. a) Phương trình (1) có nghiệm nếu $\Delta' = 1 - m \geq 0$ hay $m \leq 1$.

b) Có hai nghiệm dương nếu $\Delta' = 1 - m \geq 0$, $P = x_1x_2 = m > 0$ vì $S = x_1 + x_2 = 2 > 0$. Từ đó ta có $0 < m \leq 1$.

c) Có hai nghiệm trái dấu nếu $P = x_1x_2 = m < 0$.

14. Tổng hai nghiệm là $x_1 + x_2 = \dfrac{1}{10 - \sqrt{72}} + \dfrac{1}{10 + \sqrt{72}} = \dfrac{20}{28}$.

Tích hai nghiệm là $x_1x_2 = \dfrac{1}{10 - \sqrt{72}} \cdot \dfrac{1}{10 + \sqrt{72}} = \dfrac{1}{28}$.

Vậy phương trình phải tìm là

$$x^2 - \frac{20}{28}x + \frac{1}{28} = 0$$

hay $28x^2 - 20x + 1 = 0$.

15. a) $x_1 = \sqrt{\dfrac{7}{20}}$; $x_2 = -\sqrt{\dfrac{7}{20}}$; $x_3 = \dfrac{1}{2}$; $x_4 = -\dfrac{1}{2}$.

b) Vô nghiệm.

16. Cạnh đáy 20dm, chiều cao 15dm.

17. Gọi vận tốc ôtô là x (km/h) $(x > 0)$ và thời gian đi của ôtô là y (h) $(y > 0)$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}(x + 30)(y - 1) = xy \\ (x - 15)(y + 1) = xy\end{cases}.$$

Giải ra, được $x = 60$, $y = 3$.

18. Gọi hai số phải tìm là x và y. Không mất tính tổng quát, giả sử $x \geq y$.

Cách 1. Theo đề bài, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}x + y = 20 & (1) \\ x^2 + y^2 = 208\end{cases}$$

Từ (1) suy ra $(x + y)^2 = 20^2$ hay $x^2 + y^2 + 2xy = 400$.

Do đó $2xy = 400 - 208 = 192$ nên $xy = 96$.

Các số x và y là các nghiệm của phương trình

$$X^2 - 20X + 96 = 0.$$

Phương trình này cho ta nghiệm $x = 12$, $y = 8$.

Cách 2. Đặt $x = 10 + a$ $(a \geq 0)$ thì $y = 20 - x = 20 - (10 + a) = 10 - a$.

Theo đề bài ta có phương trình $(10 + a)^2 + (10 - a)^2 = 208$.

Từ đó ta tìm được a = 2.

Suy ra hai số phải tìm là : x = 12, y = 8.

B. Phần hình học

1. a) $h = \sqrt{b'c'} = \sqrt{25.16} = 20$;

$b = \sqrt{ab'} = \sqrt{(b' + c').b'} = \sqrt{41.25} = 5\sqrt{41}$; $c = 4\sqrt{41}$.

b) $a = 24$, $c = 12\sqrt{3}$, $c' = 18$.

c) $a = 16$, $b = 8\sqrt{3}$, $b' = 12$.

d) $b = 3\sqrt{5}$, $c' = 4$, $b' = 5$, $h = 2\sqrt{5}$.

2. a) $ah = bc = 2S \Rightarrow h = \dfrac{bc}{a}$.

b) $c^2 = ac' \Rightarrow a = \dfrac{c^2}{c'}$, $b^2 = ab' \Rightarrow a = \dfrac{b^2}{b'}$, do đó $\dfrac{b^2}{b'} = \dfrac{c^2}{c'}$.

3. Vì $5^2 + 12^2 = 13^2$ nên $AB^2 + AC^2 = BC^2$. Theo định lí Py-ta-go đảo, tam giác ABC vuông tại A.

Ta có $AB^2 = BC.BH \Rightarrow BH = \dfrac{AB^2}{BC} = \dfrac{5^2}{13} = 1\dfrac{12}{13}$ (cm).

Tương tự $CH = \dfrac{AC^2}{BC} = \dfrac{12^2}{13} = 11\dfrac{1}{13}$ (cm).

4. a) $\sin A = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{8}{17}$; $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \dfrac{15}{17}$; $\operatorname{tg} A = \dfrac{\sin A}{\cos A} = \dfrac{8}{15}$;

$\cos B = \dfrac{BC}{AB} = \sin A = \dfrac{8}{17}$; $\sin B = \cos A = \dfrac{15}{17}$; $\operatorname{tg} B = \dfrac{15}{8}$.

b) $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{21^2 + 20^2} = 29$;

$\sin A = \cos B = \dfrac{21}{29}$; $\cos A = \sin B = \dfrac{20}{29}$; $\operatorname{tg} B = \dfrac{20}{21}$; $\operatorname{tg} A = \dfrac{21}{20}$.

c) $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{5}$; $\sin A = \cos B = \frac{1}{\sqrt{5}}$;

$\cos A = \sin B = \frac{2}{\sqrt{5}}$; $\text{tg}\, A = \frac{1}{2}$, $\text{tg}\, B = 2$.

d) $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{24}{25}$; $\cos B = \sqrt{1 - \sin^2 B} = \frac{7}{25}$; $\text{tg}\, B = \frac{24}{7}$;

$\cos A = \sin B = \frac{24}{25}$; $\sin A = \cos B = \frac{7}{25}$; $\text{tg}\, A = \frac{7}{24}$.

5. (h.128) Gọi E là giao điểm của tia BD và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

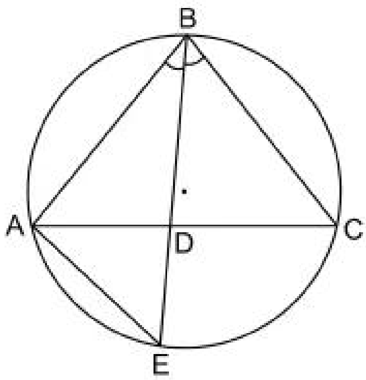
Ta có $\Delta BEA \backsim \Delta BCD$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BE}{BC}$.

Nhưng BE = BD + DE nên

$\frac{AB}{BD} = \frac{BD + DE}{BC} \Rightarrow BD^2 + BD.DE = AB.BC.$

Ta lại có BD.DE = AD.DC. Từ đó

$BD^2 = AB.BC - AD.DC.$



Hình 128

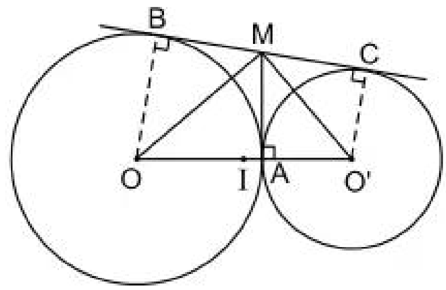
6. Đáp số đúng là (A).

7. Đáp số đúng là (D).

8. Đáp số đúng là (D).

9. Đáp số đúng là (D).

10. (h.129)



Hình 129

a) $\widehat{OMO'} = 90^o$ (vì MO là tia phân giác của $\widehat{AMB}$ và MO' là tia phân giác của $\widehat{AMC}$).

b) Trong tam giác vuông OMO' ta có

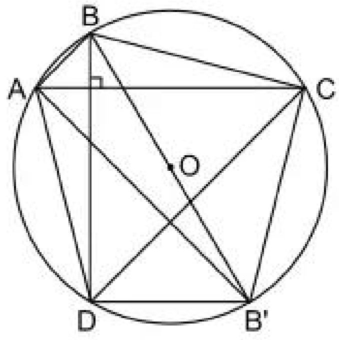
$MA^2 = AO.AO' = 16.9 = 144 \Rightarrow MA = 12$ (cm).

Ta lại có MA = MB = MC nên BC = 2MA = 24 (cm).

c) Dễ thấy OBCO' là hình thang vuông và IM là đường trung bình của nó. Suy ra IM vuông góc với BC và $IM = \frac{OB + O'C}{2} = \frac{OO'}{2} \Rightarrow$ IM là bán kính của đường tròn tâm I lại vuông góc với BC tại M. Vậy BC là tiếp tuyến của đường tròn tâm I.

11. (h.130) Kẻ đường kính BB'. Nối B'A, B'D, B'C. Ta có tứ giác ADB'C là hình thang (AC // B'D vì cùng vuông góc với BD). Hình thang này nội tiếp đường tròn (O) nên là hình thang cân suy ra CD = AB'. Do đó $AB^2 + CD^2 = AB^2 + AB'^2 = BB'^2$ (tam giác ABB' vuông ở A).

Vậy $AB^2 + CD^2 = 4R^2$.



Hình 130

12. (h.131)

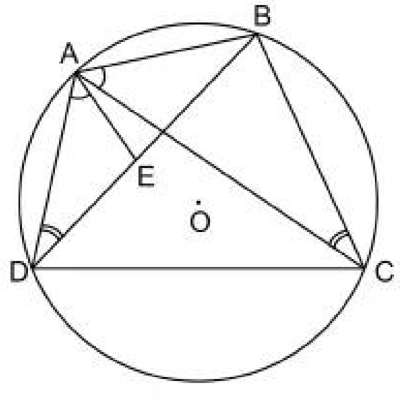
a) $\Delta ADE \backsim \Delta ACB$ (g.g)

$\Delta ABE \backsim \Delta ACD$ (g.g).

b) Từ câu a) suy ra

$$\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{CB} \Rightarrow AD.CB = AC.DE \qquad (1)$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD} \Rightarrow AB.CD = AC.BE. \qquad (2)$$



Hình 131

Từ (1) và (2) ta có

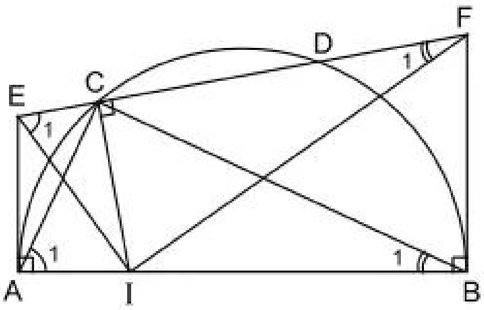
$$AD.BC + AB.CD = AC(DE + BE) = AC.BD.$$

13. (h.132)

a) Các tứ giác AECI và BFCI nội tiếp được vì chúng đều có tổng hai góc đối bằng 180^o ($\widehat{A} + \widehat{C} = \widehat{C} + \widehat{B} = 180^o$).

b) Xét ΔIEF và ΔCAB, có :

$\widehat{E}_1 = \widehat{A}_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CI của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AECI).



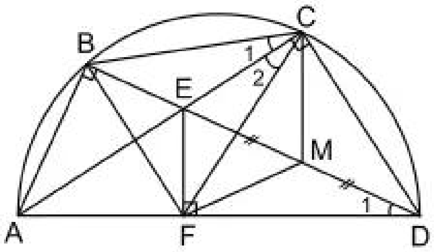
Hình 132

$\widehat{F}_1 = \widehat{B}_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CI của đường tròn ngoại tiếp tứ giác BFCI).

Do đó $\Delta IEF \backsim \Delta CAB$ (g.g) suy ra $\widehat{EIF} = \widehat{ACB}$.

Ta lại có $\widehat{ACB} = 90^o$ nên $\widehat{EIF} = 90^o$, do đó ΔIEF vuông.

14. (h.133)



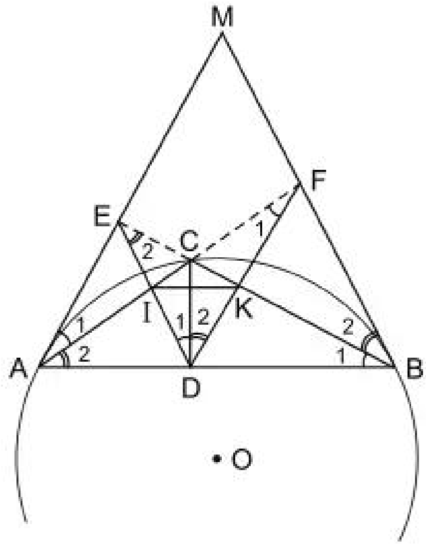
Hình 133

a) *Hướng dẫn.* Chứng minh tổng các góc đối bằng 180^o.

b) $\widehat{C_1} = \widehat{C_2}$ (vì cùng bằng $\widehat{D_1}$).

c) Ta có MF = MD (MF là trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông) suy ra tam giác MFD cân ở M và $\widehat{BMF} = 2\widehat{D_1}$. Ta lại có $\widehat{BCF} = 2\widehat{D_1}$ (từ câu b)), nên $\widehat{BMF} = \widehat{BCF}$ suy ra tứ giác BCMF nội tiếp được.

15. (h.134)



Hình 134

a) *Hướng dẫn.* Chứng minh tổng các góc đối của các tứ giác đó bằng 180^o.

b) Có $\widehat{D_1} = \widehat{A_1}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CE) ; $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ (góc giữa tia tiếp tuyến với một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung CA) ; $\widehat{B_1} = \widehat{F_1}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD). Suy ra $\widehat{D_1} = \widehat{F_1}$.

Chứng minh tương tự ta có $\widehat{E_2} = \widehat{D_2}$.

Do đó $\Delta DEC \backsim \Delta FDC$ (g.g), từ đó ta có

$$\frac{CD}{CF} = \frac{CE}{CD} \Rightarrow CD^2 = CE.CF.$$

c) Tứ giác ICKD có

$$\widehat{ICK} + \widehat{IDK} = \widehat{ICK} + \widehat{D_1} + \widehat{D_2} = \widehat{ICK} + \widehat{B_1} + \widehat{A_2} = 180^o.$$

Suy ra tứ giác ICKD nội tiếp được.

d) Ta có $\widehat{CIK} = \widehat{D_2}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CK).

Suy ra $\widehat{CIK} = \widehat{A_2}$, mà chúng ở vị trí đồng vị do đó IK // AB. Vì $CD \perp AB$ (gt) nên $CD \perp IK$.

16. $V = \pi R^2 h$; $h = 2R$ nên $V = 2\pi R^3$.

Ta lại có $V = 128\pi cm^3$ nên $R^3 = 64 \Rightarrow R = 4$ (cm).

$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.4.8 = 64\pi$ (cm^2).

17. Câu trả lời đúng là (B).

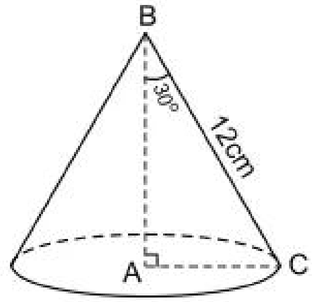
18. (h.135) Tam giác vuông ABC có $\widehat{ABC} = 30^o$ nên

$AC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}.12 = 6$ (cm) ;

$AB = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ (cm) ;

$V = \frac{1}{3}\pi.AC^2.AB = \frac{1}{3}\pi.6^2.6\sqrt{3} = 72\sqrt{3}\pi$ (cm^3) ;

$S_{xq} = \pi.AC.BC = \pi.6.12 = 72\pi$ (cm^2).



Hình 135