

19

BÀI TẬP VỀ SÓNG CƠ

Bài tập 1

Phương trình của một sóng ngang truyền trên một dây rất dài là :

$$u = 6,0 \cos(0,020\pi x + 4,0\pi t)$$

trong đó u và x được tính bằng xentimét (cm) và t bằng giây (s). Hãy xác định :

- a) Biên độ.
- b) Bước sóng.
- c) Tân số.
- d) Tốc độ.
- e) Li độ u tại $x = 50$ cm, lúc $t = 0,50$ s.

Bài giải

Phương trình sóng có thể viết dưới dạng tổng quát : $u = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{2\pi}{T}t\right)$.

Đổi chiều với phương trình đã cho :

$$u = 6,0 \cos(0,020\pi x + 4,0\pi t) \text{ (cm)}$$

ta có :

- a) Biên độ sóng : $A = 6$ cm.
- b) Bước sóng : $\frac{2\pi}{\lambda}x = 0,02\pi x$, do đó $\lambda = \frac{2}{0,02} = 100$ cm.
- c) Tân số $f = \frac{1}{T}$ với T cho bởi : $\frac{2\pi}{T} = 4\pi$, do đó $T = \frac{1}{2}$ s và $f = 2$ Hz.
- d) Tốc độ sóng : $v = \lambda f = 100.2 = 200$ cm/s.
- e) Li độ u khi $x = 50$ cm, $t = 0,50$ s là :

$$u = 6,0 \cos(0,02.50 + 4,0,5)\pi = 6,0 \cos(1 + 2)\pi = 6,0 \cos 3\pi = -6 \text{ (cm)}$$

Bài tập 2

Một sóng ngang dạng sin truyền trên một sợi dây theo chiều dương của trục Ox , với bước sóng 10 cm, tần số 400 Hz, biên độ 2 cm và pha ban đầu tại O bằng 0.

- a) Viết phương trình sóng.
- b) Xác định tốc độ truyền sóng.
- c) Tìm hiệu toạ độ của hai điểm gần nhất có độ lệch pha là $\frac{\pi}{2}$.

Bài giải

a) Phương trình sóng có dạng :

$$u(t) = A \cos\left(2\pi ft - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad (1)$$

Ta có : $A = 2 \text{ cm}$; $\lambda = 10 \text{ cm}$; $f = 400 \text{ Hz}$.

Vậy :

$$u(t) = 2 \cos\left(800\pi t - \frac{2\pi}{10}x\right) \text{ (cm)}$$

$$u(t) = 2 \cos(800\pi t - 0,2\pi x) \text{ (cm)}$$

b) Tốc độ truyền sóng là : $v = f\lambda = 400 \cdot 10 = 4000 \text{ cm/s}$.

c) Từ phương trình sóng (1), ta có độ lệch pha $\Delta\varphi$ giữa hai điểm có toạ độ x_1 và x_2 được tính theo công thức :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = 0,2\pi\Delta x$$

Với $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$, ta có :

$$\Delta x = \frac{\Delta\varphi}{0,2\pi} = \frac{\pi}{2 \cdot 0,2\pi} = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ cm}$$

Bài tập 3

Hai sóng lan truyền theo cùng một chiều trên một sợi dây kéo căng, có cùng tần số, cùng biên độ 10 mm và hiệu số pha là $\frac{\pi}{2}$. Sóng không bị phản xạ ở đầu dây.

- Lập phương trình của sóng tổng hợp.
- Xác định biên độ của sóng tổng hợp.
- Độ lệch pha giữa hai sóng phải bằng bao nhiêu để biên độ của sóng tổng hợp bằng biên độ của hai sóng thành phần ?

Bài giải

a) Giả sử sóng thứ nhất truyền từ trái sang phải có phương trình :

$$u_1 = A_1 \cos(\omega t - kx)$$

thì sóng thứ hai truyền cùng chiều, sớm pha hơn $\frac{\pi}{2}$ có phương trình :

$$u_2 = A_2 \cos\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{2}\right)$$

Độ lệch pha giữa hai sóng là $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Phương trình của sóng tổng hợp là :

$$u = u_1 + u_2 = A \cos(\omega t - kx) + A \cos\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{2}\right)$$

Áp dụng công thức lượng giác :

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

ta được :

$$u = 2A \cos \frac{\pi}{4} \cos\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$u = 2.10 \cos \frac{\pi}{4} \cos\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (mm)}$$

b) Vật biên độ của sóng tổng hợp là : $a = 20 \cos \frac{\pi}{4} = 20 \frac{\sqrt{2}}{2} = 14,1 \text{ mm.}$

c) Ta có phương trình : $a = 2A \left| \cos \frac{\Delta\phi}{2} \right| = A.$

Từ đó : $2 \left| \cos \frac{\Delta\phi}{2} \right| = 1$ hay $\cos \frac{\Delta\phi}{2} = \pm \frac{1}{2}$, suy ra $\Delta\phi_1 = \pm \frac{2\pi}{3}$ và $\Delta\phi_2 = \pm \frac{4\pi}{3}$.

Có bốn nghiệm số, hai nghiệm âm ứng với sóng thứ nhất sớm pha hơn sóng thứ hai, hai nghiệm dương kia ứng với sóng thứ hai sớm pha hơn sóng thứ nhất.

Bài tập 4

Hai nguồn điểm phát sóng trên mặt nước có cùng bước sóng λ , cùng pha, cùng biên độ, đặt cách nhau một khoảng $D = 2,5\lambda$.

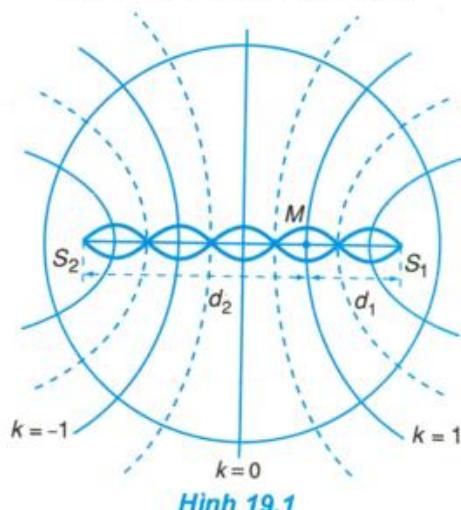
- a) Có bao nhiêu vân giao thoa có biên độ dao động cực đại ?
- b) Vẽ một vòng tròn lớn bao cả hai nguồn sóng vào trong. Trên vòng ấy có bao nhiêu điểm có biên độ dao động cực đại, bao nhiêu điểm dao động với biên độ cực tiểu ?

Bài giải

a) Hai sóng mặt nước cùng pha xuất phát từ hai nguồn S_1, S_2 truyền ngược chiều nhau. Hai nguồn dao động cùng pha, dao động cùng phương nên hai sóng là kết hợp, giao thoa với nhau tạo thành những vân giao thoa.

Tại điểm M trên đường nối S_1S_2 , cách S_1 một khoảng d_1 và cách S_2 một khoảng d_2 sẽ có vân có biên độ dao động cực đại khi (Hình 19.1) : $d_2 - d_1 = k\lambda$.

Ở đây $d_2 + d_1 = 2,5\lambda$, nên :



Hình 19.1

- Với $k = 0$ thì $d_1 = d_2 = \frac{2,5}{2}\lambda$, ta có vân chính giữa là một vân có biên độ dao động cực đại.

- Với $k = 1$ thì $d_2' - d_1' = \lambda$, do đó $d_2' = \frac{3,5}{2}\lambda$, ta có vân cực đại thứ nhất. Khoảng cách giữa hai

vân cực đại liên tiếp là : $l = d_2' - d_2 = (3,5 - 2,5)\frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}$.

- Với $k = 2$, ta có vân cực đại thứ hai ứng với $d_2'' = \frac{4,5}{2}\lambda$.

Vì $d_2 < 2,5\lambda$ nên không có vân cực đại tương ứng với $k = 3, 4, \dots$

Cũng tính tương tự như vậy, ta có hai vân cực đại khác ứng với $k = -1, -2$.

Vậy có 5 vân giao thoa có biên độ dao động cực đại.

b) Tổng cộng có 5 vân có biên độ dao động cực đại, nên vòng tròn bao quanh hai nguồn S_1 và S_2 cắt các vân cực đại ở 10 điểm.

Điểm M sẽ có biên độ dao động cực tiểu khi : $d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$.

Lần lượt thay k bằng các giá trị $-2, -1, 0, +1$, ta có vị trí của các vân có biên độ dao động cực tiểu ứng với các giá trị của d_2 là $\frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, 2\lambda$.

Vậy có 4 vân có biên độ dao động cực tiểu, cắt vòng tròn bao quanh S_1 và S_2 ở 8 điểm.

Bài tập 5

Một dây đàn có độ dài $l = 80$ cm, khi gảy phát ra âm cơ bản tương ứng có tần số f .

a) Cần phải bấm phím cho dây ngắn lại còn độ dài l' bằng bao nhiêu để âm cơ bản phát ra bằng $\frac{6}{5}f$?

b) Sau khi bấm phím thì âm mới do dây đàn phát ra có bước sóng gấp bao nhiêu lần bước sóng của âm phát ra khi chưa bấm phím ?

Bài giải

a) Âm cơ bản ứng với trường hợp sóng dừng trên dây có một bụng, nghĩa là độ dài của dây bằng nửa bước sóng :

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f} \quad (1)$$

Cũng như thế, sau khi bấm phím cho dây đàn ngắn lại thì âm cơ bản mới có bước sóng mới λ' , ta có :

$$l' = \frac{\lambda'}{2} = \frac{v}{2f'} \quad (2)$$

Độ căng của dây không đổi, nên tốc độ truyền dao động trên dây trong hai lần đều bằng v , không đổi.

Từ (1) và (2), rút ra :

$$\frac{l}{l'} = \frac{\frac{v}{2f}}{\frac{v}{2f'}} = \frac{f'}{f} = r \quad (3)$$

Vậy : $\frac{l}{r} = \frac{80}{\frac{6}{5}} = \frac{80 \cdot 5}{6} = 66,6$ cm.

b) Cũng từ (1) và (2), rút ra : $\frac{l}{l'} = \frac{\lambda}{\lambda'} = r \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{r} = \frac{5}{6}\lambda$.

Bài tập 6

Một người cảnh sát giao thông đứng ở một bên đường dùng còi điện phát ra một âm có tần số 1 000 Hz hướng về một chiếc ô tô đang chuyển động về phía mình với tốc độ 36 km/h. Sóng âm truyền trong không khí với tốc độ 340 m/s.

- Hỏi tần số của âm phản xạ từ ô tô mà người đó nghe được là bao nhiêu ?
- Ô tô phát ra một âm có tần số 800 Hz, hỏi tín hiệu này đến tai người cảnh sát với tần số là bao nhiêu ?

Bài giải

- Ô tô xem như một máy thu chuyển động lại gần nguồn âm, vậy tần số f' của âm mà máy thu ghi nhận được là :

$$f' = \frac{v + v_M}{v} f$$

trong đó v và tốc độ âm trong không khí, v_M là tốc độ máy thu, f là tần số của âm do còi phát ra.

Ô tô phản xạ lại âm nhận được có tần số f'' và đóng vai trò của nguồn phát chuyển động về phía người cảnh sát với tốc độ $v_S = v_M$. Do đó tần số âm mà người cảnh sát nghe được là :

$$f'' = \frac{v}{v - v_S} f'$$

$$f'' = \frac{v}{v - v_S} \cdot \frac{v + v_M}{v} f = \frac{v + v_M}{v - v_S} f$$

$$f'' = \frac{340 + 10}{340 - 10} \cdot 1000 = 1060 \text{ Hz}$$

- Ô tô phát ra tiếng còi trong khi đi lại gần người cảnh sát, vậy người cảnh sát nhận được tín hiệu có tần số là :

$$f' = \frac{v}{v - v_S} f = \frac{340}{340 - 10} \cdot 800 = 824 \text{ Hz}$$