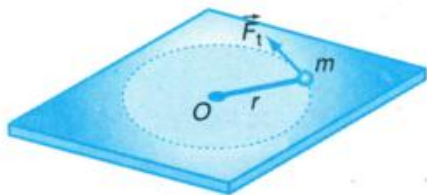


2 PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LỰC HỌC CỦA VẬT RẮN QUAY QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

Trong chuyển động của chất điểm, giữa gia tốc của chất điểm và lực tác dụng có mối liên hệ được diễn tả bằng định luật II Niu-tơn $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Câu hỏi đặt ra là trong chuyển động quay của vật rắn, giữa gia tốc góc và momen lực có mối liên hệ như thế nào ?

C1 Khi dùng tay đẩy (hoặc kéo) cánh cửa, ta có thể thay đổi các yếu tố nào để làm cánh cửa quay càng mạnh ?



Hình 2.1 Vật rắn gồm một quả cầu nhỏ khối lượng m gắn vào đầu một thanh rất nhẹ, có độ dài r quay trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang xung quanh một trục thẳng đứng đi qua đầu O của thanh.

1. Mối liên hệ giữa gia tốc góc và momen lực

a) Momen lực đối với một trục quay

Ở lớp 10, ta đã biết momen của lực \vec{F} đối với một trục quay (trong trường hợp lực \vec{F} nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục đó) có độ lớn bằng :

$$M = Fd \quad (2.1)$$

trong đó d là *tay đòn* của lực (khoảng cách từ trục quay đến giá của lực). Đơn vị của momen lực là N.m.

Ta chọn chiều quay của vật làm chiều dương và quy ước momen lực có giá trị dương nếu nó có tác dụng làm vật quay theo chiều đã chọn, có giá trị âm nếu nó có tác dụng làm vật quay theo chiều ngược lại.

b) Mối liên hệ giữa gia tốc góc và momen lực

- Ta xét trường hợp đơn giản nhất : Vật rắn gồm một quả cầu nhỏ khối lượng m gắn vào đầu một thanh rất nhẹ, có độ dài r . Vật chỉ có thể quay

trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang xung quanh một trục thẳng đứng đi qua đầu O của thanh (Hình 2.1).

Tác dụng vào quả cầu một lực \vec{F}_t theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo tròn của quả cầu. Lực F_t gây ra cho vật gia tốc tiếp tuyến \vec{a}_t :

$$F_t = ma_t \quad (2.2)$$

Momen của lực \vec{F}_t đối với trục quay qua O :

$$M = F_t r \quad (2.3)$$

Thay (2.2) vào (2.3) và chú ý rằng $a_t = r\gamma$, ta được:

$$\begin{aligned} M &= ma_t r = m(r\gamma)r \\ M &= (mr^2)\gamma \end{aligned} \quad (2.4)$$

• Bây giờ, ta hãy xét trường hợp vật rắn gồm nhiều chất điểm khối lượng m_i, m_j, \dots ở cách trục quay những khoảng cách r_i, r_j, \dots khác nhau (Hình 2.2).

Momen lực tác dụng lên mỗi chất điểm liên hệ với gia tốc góc bằng phương trình:

$$M_i = (m_i r_i^2) \gamma \quad (2.5)$$

Vì các chất điểm của vật rắn có cùng gia tốc góc, nên tổng các momen lực tác dụng lên toàn bộ vật rắn liên hệ với gia tốc góc bằng phương trình:

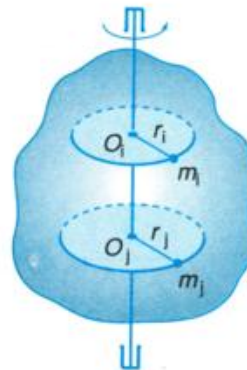
$$M = \sum_i M_i = \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \gamma \quad (2.6)$$

2. Momen quán tính

Phương trình (2.6) cho thấy với cùng momen lực M tác dụng, vật rắn nào có $\sum_i m_i r_i^2$ lớn thì gia tốc góc γ nhỏ, nghĩa là trong chuyển động quay, vật đó có quán tính lớn.

C2 Vì sao chúng ta không quan tâm đến lực pháp tuyến \vec{F}_n ?

Phương trình (2.4) là dạng khác của định luật II Niu-ơn, trong đó thay cho lực là momen lực, thay cho gia tốc a là gia tốc góc γ .



Hình 2.2 Trường hợp vật rắn gồm nhiều chất điểm khối lượng m_i, m_j, \dots ở cách trục quay những khoảng cách r_i, r_j, \dots khác nhau.

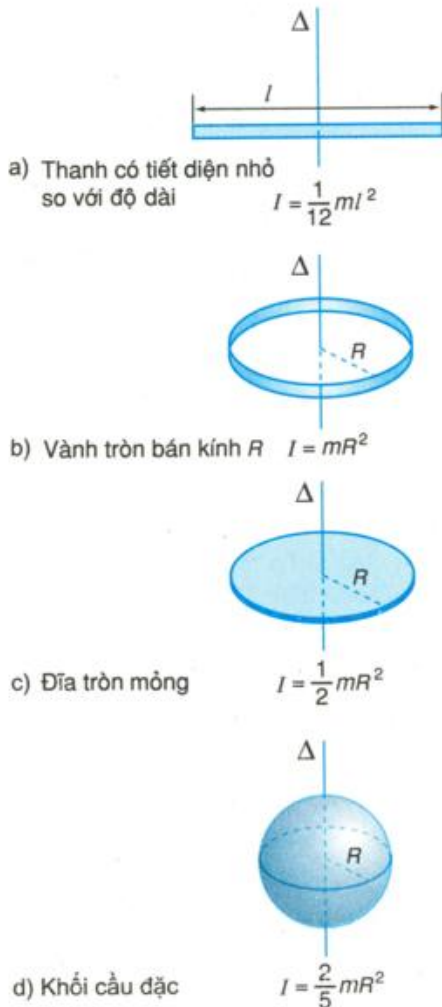
Trong số các lực tác dụng lên các chất điểm chỉ có một số là ngoại lực, còn lại là nội lực, tức là lực liên kết giữa các chất điểm của vật rắn. Các nội lực luôn xuất hiện từng cặp trực đối nhau nên tổng đại số momen của các nội lực luôn bằng 0. Do đó, trong phương trình (2.6), M chỉ là tổng đại số momen của các ngoại lực.

C3 Từ phương trình (2.6) ta có thể rút ra nhận xét gì về ý nghĩa vật lí của đại lượng $\sum_i m_i r_i^2$?

Bảng 2.1

So sánh chuyển động quay và chuyển động tịnh tiến.

$M = I\gamma$	$F = ma$
Momen lực M	Lực F
Gia tốc góc γ	Gia tốc a
Momen quán tính I	Khối lượng m



Hình 2.3 Momen quán tính của một số vật đồng chất đối với trục đối xứng Δ ; m là khối lượng của vật.

Đại lượng $\sum_i m_i r_i^2$ đặc trưng cho mức quán tính của vật quay và được gọi là *momen quán tính*, kí hiệu là I . Momen quán tính $I = \sum_i m_i r_i^2$ trong phương trình (2.6) có vai trò như khối lượng m trong phương trình $F = ma$.

Momen quán tính I đối với một trục là đại lượng đặc trưng cho mức quán tính của vật rắn trong chuyển động quay quanh trục ấy.

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (2.7)$$

Độ lớn của momen quán tính của một vật rắn không chỉ phụ thuộc khối lượng của vật rắn mà còn *phụ thuộc cả vào sự phân bố khối lượng xa hay gần trục quay*. Momen quán tính có đơn vị là kg.m^2 .

Chẳng hạn, nếu xem Trái Đất là một vật rắn có dạng một khối cầu đồng chất với bán kính trung bình là 6 400 km và khối lượng xấp xỉ $6,0 \cdot 10^{24}$ kg thì momen quán tính của Trái Đất đối với trục quay đi qua tâm của nó được tính như sau :

$$\begin{aligned} I &= \frac{2}{5}mR^2 \\ &= \frac{2}{5} \cdot 6,0 \cdot 10^{24} \cdot (6,4 \cdot 10^6)^2 = 9,8 \cdot 10^{37} \text{ kg.m}^2 \end{aligned}$$

3. Phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định

Với khái niệm momen quán tính, ta viết lại phương trình (2.6) như sau :

$$M = I\gamma \quad (2.8)$$

Phương trình (2.8) là *phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định*. Đây là *phương trình cơ bản* của chuyển động quay của vật rắn.

4. Bài tập ví dụ

Một thùng nước được thả xuống giếng nhờ một sợi dây dài quấn quanh một hình trụ cố bán kính R và momen quán tính I . Khối lượng của dây và momen quán tính của tay quay không đáng kể. Hình trụ coi như quay tự do không ma sát quanh một trục cố định (Hình 2.4). Giả thiết dây không dẫn và không trượt trên hình trụ khi quay. Khối lượng của thùng nước là m . Tính gia tốc của thùng nước.



Hình 2.4

Bài giải

Áp dụng định luật II Niu-tơn cho chuyển động tịnh tiến của thùng nước, ta có :

$$mg - T = ma \quad (1)$$

T là lực căng của sợi dây, a là gia tốc của thùng nước.

Áp dụng phương trình động lực học cho chuyển động quay của hình trụ, ta có :

$$M = TR = I\gamma \quad (2)$$

Do dây không dẫn và không trượt trên hình trụ nên giữa gia tốc của thùng nước và gia tốc góc của một điểm trên vành hình trụ có hệ thức :

$$\gamma = \frac{a}{R} \quad (3)$$

Từ (2), suy ra :

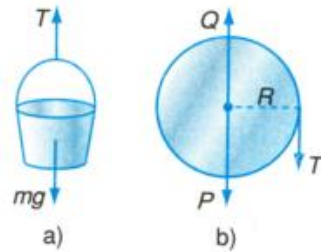
$$T = \frac{I\gamma}{R} = \frac{Ia}{R^2} \quad (4)$$

Thay T từ (4) vào (1), ta được :

$$mg - \frac{Ia}{R^2} = ma$$

Suy ra :

$$a = \frac{mg}{m + \frac{I}{R^2}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{I}{mR^2}\right)} g$$



Hình 2.5 Các lực tác dụng lên mỗi vật trong hệ.

Phân tích bài toán

– Chuyển động của thùng nước là chuyển động tịnh tiến.

– Chuyển động của hình trụ là chuyển động quay quanh một trục cố định.

– Gia tốc tịnh tiến của thùng và gia tốc góc của hình trụ liên hệ nhau bằng hệ thức : $\gamma = \frac{a}{R}$.

? CÂU HỎI

- Viết biểu thức và nêu ý nghĩa của momen quán tính của một vật rắn đối với chuyển động quay.
- Viết phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định và lí giải vì sao có thể gọi phương trình này là phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn.

BÀI TẬP

- Một momen lực không đổi tác dụng vào một vật có trục quay cố định. Trong những đại lượng dưới đây, đại lượng nào **không phải** là một hằng số ?
 - Momen quán tính.
 - Gia tốc góc.
 - Khối lượng.
 - Tốc độ góc.
- Hai chất điểm có khối lượng 1 kg và 2 kg được gắn ở hai đầu của một thanh nhẹ có độ dài 1 m. Momen quán tính của hệ đối với trục quay đi qua trung điểm của thanh và vuông góc với thanh có giá trị
 - 1,5 kg.m².
 - 0,75 kg.m².
 - 0,5 kg.m².
 - 1,75 kg.m².
- Momen quán tính của một vật rắn **không** phụ thuộc vào
 - khối lượng của vật.
 - tốc độ góc của vật.
 - kích thước và hình dạng của vật.
 - vị trí trục quay của vật.
- Phát biểu nào sau đây **không đúng** đối với chuyển động quay đều của vật rắn quanh một trục ?
 - Tốc độ góc là một hàm bậc nhất đối với thời gian.
 - Gia tốc góc của vật bằng 0.
 - Trong những khoảng thời gian bằng nhau, vật quay được những góc bằng nhau.
 - Phương trình chuyển động là một hàm bậc nhất đối với thời gian.
- Một cậu bé đẩy một chiếc đu quay có đường kính 4 m với một lực 60 N đặt tại vành của chiếc đu theo phương tiếp tuyến. Momen lực tác dụng vào đu quay có giá trị
 - 30 N.m.
 - 15 N.m.
 - 240 N.m.
 - 120 N.m.
- Một đĩa tròn đồng chất có bán kính $R = 0,5$ m, khối lượng $m = 1$ kg. Tính momen quán tính của đĩa đối với trục vuông góc với mặt đĩa tại tâm O của đĩa.
- Một ròng rọc có bán kính 20 cm, có momen quán tính 0,04 kg.m² đối với trục của nó. Ròng rọc chịu tác dụng bởi một lực không đổi 1,2 N tiếp tuyến với vành. Lúc đầu ròng rọc đứng yên. Tính tốc độ góc của ròng rọc sau khi quay được 5 s. Bỏ qua mọi lực cản.
- Một bánh xe có momen quán tính đối với trục quay cố định là 6 kg.m², đang đứng yên thì chịu tác dụng của một momen lực 30 N.m đối với trục quay. Bỏ qua mọi lực cản. Sau bao lâu, kể từ khi bắt đầu quay, bánh xe đạt tới tốc độ góc 100 rad/s ?