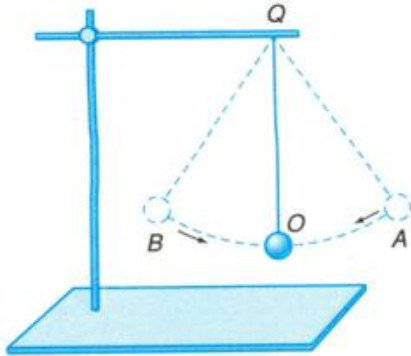
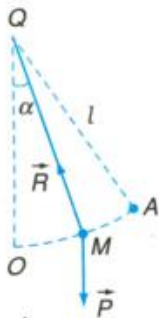


7 CON LẮC ĐƠN CON LẮC VẬT LÍ

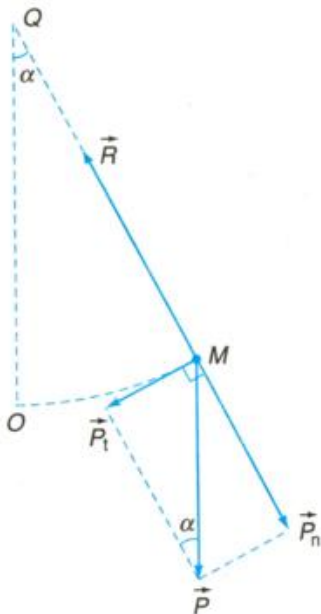


a) Con lắc đơn



b) Sơ đồ con lắc đơn

Hình 7.1 Con lắc đơn và sơ đồ.



Hình 7.2 Lực tác dụng lên vật M.

1. Con lắc đơn

Con lắc đơn gồm một vật nặng có kích thước nhỏ, có khối lượng m , treo ở đầu một sợi dây mềm không đàn có độ dài l và có khối lượng không đáng kể.

Vị trí cân bằng của con lắc đơn là vị trí mà dây treo thẳng đứng QO , vật nặng ở vị trí O thấp nhất.

Nếu đưa vật nặng ra khỏi vị trí cân bằng, ví dụ tới vị trí A trên quỹ đạo tròn tâm Q bán kính l với $\widehat{OA} = s_0$, rồi thả tự do thì vật nặng dao động trên cung tròn \widehat{AOB} , qua lại quanh vị trí cân bằng O (Hình 7.1a).

2. Phương trình động lực học

Vật nặng ở vị trí M xác định bởi $\widehat{OM} = s$ (Hình 7.1b), s gọi là *li độ cong*.

Dây treo ở QM xác định bởi góc $\widehat{OQM} = \alpha$ gọi là *li độ góc*.

Chiều dương để tính s và α là chiều từ O đến A . Hệ thức giữa s và α là : $s = l\alpha$.

Các lực tác dụng lên vật là :

– Trọng lực \vec{P} có độ lớn mg và hướng thẳng đứng xuống dưới.

– Phản lực \vec{R} của dây hướng theo MQ .

Ta phân tích trọng lực \vec{P} thành hai phần : thành phần \vec{P}_n theo phương của dây treo QM và vuông góc với quỹ đạo tròn, thành phần \vec{P}_t theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo.

$$\vec{P} = \vec{P}_n + \vec{P}_t \quad (7.1)$$

Thành phần \vec{P}_n của trọng lực và phản lực \vec{R} của dây treo cùng tác dụng lên vật, nhưng vì chúng vuông góc với quỹ đạo nên không làm thay đổi tốc độ của vật. Hợp lực của chúng là lực hướng tâm giữ cho vật chuyển động trên quỹ đạo tròn.

Thành phần \vec{P}_t của trọng lực luôn có khuynh hướng kéo vật về vị trí cân bằng O , giống như lực kéo về trong con lắc lò xo.

Với những dao động nhỏ, tức là li độ góc $\alpha \ll 1$ rad, còn li độ cong $s \ll l$, thì có thể coi gần đúng cung \widehat{OM} là đoạn thẳng.

Hình 7.2 cho thấy lực \vec{P}_t có độ lớn $mgsin\alpha$ và luôn hướng về O , nên :

$$P_t = -mgsin\alpha$$

Ngoài ra, $\alpha \ll 1$ rad nên có thể coi gần đúng $sin\alpha \approx \alpha$.

Áp dụng định luật II Niu-ton, ta có :

$$ms'' = -mgsin\alpha \approx -mg\alpha = -mg\frac{s}{l} \quad (7.2)$$

$$\text{Từ đây, suy ra : } s'' + \frac{g}{l}s = 0 \quad (7.3a)$$

Đó là phương trình động lực học của dao động của con lắc đơn với li độ cong s nhỏ (so với l).

$$\text{Đặt : } \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (7.4)$$

ta lại có phương trình giống như phương trình (6.3) trong bài trước đối với dao động của con lắc lò xo :

$$s'' + \omega^2 s = 0 \quad (7.5a)$$

3. Nghiệm của phương trình (7.5a)

Phương trình dao động của con lắc là :

$$s = A\cos(\omega t + \varphi) \quad (7.6)$$

Với cách kích thích như ở mục 1 (tức là đưa vật nặng về

Nếu chọn li độ góc α để xác định vị trí của vật nặng thì ta thay s bằng $l\alpha$ trong (7.3a) và sẽ được :

$$\alpha'' + \frac{g}{l}\alpha = 0 \quad (7.3b)$$

và tiếp theo :

$$\alpha'' + \omega^2\alpha = 0 \quad (7.5b)$$

phía phải, ở li độ cong s_0 rồi thả tự do) và gốc thời gian chọn vào lúc thả vật nặng, ta có điều kiện ban đầu :

$$\text{Khi } t = 0 \text{ thì } s = s_0 \text{ và } v = s' = 0 \quad (7.7)$$

Vận dụng điều kiện ban đầu cho nghiệm (7.6), ta có :

$$A \cos \varphi = s_0 \text{ và } -\omega A \sin \varphi = 0$$

từ đó, suy ra : $\varphi = 0$ và $A = s_0$.

Vậy, nếu kích thích như ở mục 1 thì :

$$s = s_0 \cos \omega t \quad (7.8)$$

Có thể chọn góc lệch α của dây treo làm thông số xác định vị trí (toạ độ góc), khi đó

$$\alpha = \alpha_0 \cos \omega t \quad (7.9)$$

Cả hai phương trình (7.8) và (7.9) đều mô tả cùng một chuyển động dao động của con lắc đơn. Đó là một dao động điều hoà.

Dao động của con lắc đơn với góc lệch nhỏ là dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng với tần số góc ω cho bởi (7.4). Tần số góc ω không phụ thuộc khối lượng m của vật nặng.

Chu kì T của dao động nhỏ là :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (7.10)$$

4. Con lắc vật lí

Con lắc vật lí là một vật rắn quay được quanh một trục nằm ngang cố định không đi qua trọng tâm của vật.

Trong Hình 7.3, trục đi qua Q và vuông góc với mặt phẳng của hình vẽ. G là trọng tâm của vật, α là góc lệch của QG so với đường thẳng đứng. Chiều dương là chiều mũi tên.

Phương trình dao động của con lắc vật lí là :

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (7.11)$$

trong đó tần số góc ω cho bởi :

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \quad (7.12)$$

với m là khối lượng của vật rắn, d là khoảng cách QG , I là momen quán tính của vật rắn đối với trục quay.

Chu kì T của con lắc vật lí cho bởi :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \quad (7.13)$$

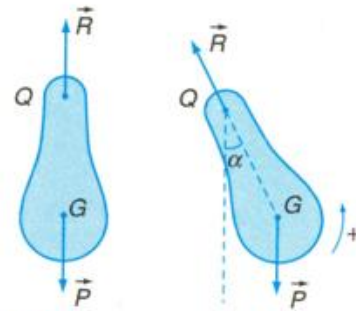
Ứng dụng con lắc vật lí : Dùng con lắc vật lí đo gia tốc trọng trường g . Đặt con lắc tại một vị trí, đo chu kì T của con lắc dao động. Dùng công thức (7.13) suy ra gia tốc g của trọng trường tại vị trí đặt con lắc. Biết giá trị của g tại các vị trí khác nhau trong một vùng, có thể suy ra phân bố khối lượng khoáng vật ở dưới mặt đất trong vùng đó (giúp cho việc tìm mỏ dầu, nguồn nước dưới đất,...).

5. Hệ dao động

Nếu xét vật dao động cùng với vật tác dụng lực kéo về lên vật dao động thì ta có một hệ gọi là *hệ dao động*. Ví dụ : vật nặng gắn vào lò xo có một đầu cố định (con lắc lò xo) là một hệ dao động, con lắc đơn (hoặc con lắc vật lí) cùng với Trái Đất là một hệ dao động.

Như vậy, lực đàn hồi tác dụng lên vật nặng trong con lắc lò xo là nội lực của hệ, trọng lực tác dụng lên vật nặng trong con lắc đơn cũng là nội lực của hệ. Dao động của hệ xảy ra dưới tác dụng chỉ của nội lực thì gọi là *dao động tự do* hoặc *dao động riêng*. Từ đầu chương II tới đây ta mới chỉ xét dao động tự do.

Mọi dao động tự do của một hệ dao động đều có cùng một tần số góc xác định, gọi là *tần số góc riêng* của vật hay hệ ấy. Ví dụ,



Hình 7.3 Con lắc vật lí.

G là trọng tâm của con lắc, $d = QG$.

Dưới tác dụng của trọng lực \vec{P} , con lắc vật lí dao động. Chọn góc lệch α của QG so với đường thẳng đứng làm toạ độ góc.

Lực tác dụng lên vật rắn là trọng lực \vec{P} và phản lực \vec{R} đặt tại Q do trục quay tác dụng lên vật rắn.

Momen của lực đối với trục quay đi qua Q :

$$M(\vec{P}) = -Pd \sin\alpha = -mgd \sin\alpha$$

$$M(\vec{R}) = 0$$

Phương trình động lực học :

$$\begin{aligned} \text{Tổng momen} &= \text{Momen} \times \text{Gia tốc} \\ \text{của lực} &= \text{quán tính} \times \text{góc} \end{aligned}$$

Kí hiệu I là momen quán tính của vật rắn đối với trục đi qua Q , phương trình động lực học trở thành :

$$-mgd \sin\alpha = I\alpha''$$

với dao động nhỏ thì $\sin\alpha \approx \alpha$, ta có :

$$\alpha'' + \frac{mgd}{I}\alpha = 0$$

Đặt $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$, ta có phương trình tương tự như (7.5b) :

$$\alpha'' + \omega^2\alpha = 0$$

với nghiệm là :

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Từ đây, có thể thấy rằng con lắc vật lí dao động nhỏ với tần số góc cho bởi (7.12).

C1 Có thể coi con lắc đơn là trường hợp riêng của con lắc vật lí với $d = l$, $I = ml^2$. Từ công thức (7.12), hãy tìm lại công thức (7.4).

tần số góc riêng của con lắc lò xo là $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$,
của con lắc đơn và Trái Đất là $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

Ghi chú :

Con lắc lò xo, kể cả đầu cố định của lò xo, là một hệ dao động. Đầu cố định gắn với Trái Đất, cho nên thực ra có thể coi hệ dao động bao gồm cả Trái Đất. Lực hút của Trái Đất lên vật nặng luôn luôn bị cân bằng bởi phản lực của giá đỡ vật (trong con lắc nằm ngang) hoặc bởi lực đàn hồi do độ dãn ban đầu của lò xo (trong con lắc thẳng đứng). Vì vậy, không cần nói đến Trái Đất trong hệ.

CÂU HỎI

1. Dao động của vật nặng trong con lắc lò xo là dao động tịnh tiến : vật nặng chuyển động tịnh tiến theo phương trình dạng sin, vào một thời điểm đã cho mọi điểm của vật nặng có cùng vận tốc và cùng gia tốc. Dao động của con lắc vật lí có phải là dao động tịnh tiến không ? Nếu không thì dao động này khác dao động tịnh tiến thế nào ?
2. Đối chiếu dao động của con lắc đơn với dao động của con lắc lò xo. Trả lời các câu hỏi sau đây đối với từng con lắc :
 - a) Lực kéo về có phụ thuộc khối lượng vật nặng không ?
 - b) Gia tốc của vật nặng có phụ thuộc khối lượng của nó không ?
 - c) Tần số góc có phụ thuộc khối lượng vật nặng không ?

BÀI TẬP

1. Chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn phụ thuộc

A. khối lượng của con lắc.	B. trọng lượng của con lắc.
C. tỉ số của trọng lượng và khối lượng của con lắc.	D. khối lượng riêng của con lắc.
2. Chu kì của con lắc vật lí được xác định bằng công thức

A. $T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgd}{I}}$.	B. $T = 2\pi \sqrt{\frac{mgd}{I}}$.	C. $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$.	D. $T = \sqrt{\frac{2\pi I}{mgd}}$.
--	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------
3. Tìm độ dài của con lắc đơn có chu kì 1 s ở nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.
4. Ở nơi mà con lắc đơn đếm giây (tức là có chu kì 2 s) có độ dài 1 m thì con lắc đơn có độ dài 3 m dao động với chu kì bằng bao nhiêu ?
5. Một vật rắn có khối lượng $m = 1,5 \text{ kg}$ có thể quay quanh một trục nằm ngang. Dưới tác dụng của trọng lực, vật dao động nhỏ với chu kì $T = 0,5 \text{ s}$. Khoảng cách từ trục quay đến trọng tâm của vật là $d = 10 \text{ cm}$. Tính momen quán tính của vật đối với trục quay (lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$).