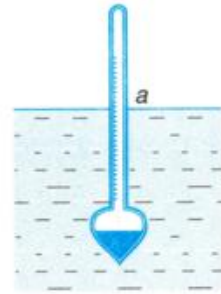


# 9 BÀI TẬP VỀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

## Bài tập 1

Chúng tỏ rằng, một phù kế nổi ở trong một chất lỏng có thể dao động điều hoà theo phương thẳng đứng.

*Ghi chú* : Phù kế là dụng cụ để đo khối lượng riêng của chất lỏng. Đó là một ống thuỷ tinh rỗng, kín, phía dưới là một cái bầu nặng (xem Hình 9.1). Khi thả phù kế vào một chất lỏng, mực chất lỏng ngoài ống thuỷ tinh khi cân bằng cho ta biết khối lượng riêng của chất lỏng.



Hình 9.1

### Bài giải

Xét một phù kế ở vị trí cân bằng trong một chất lỏng (Hình 9.1). Gọi  $m$  là khối lượng của phù kế,  $s$  là tiết diện phân ống của phù kế. Đánh dấu trên ống của phù kế vạch  $a$  ngang mức mặt thoáng của chất lỏng. Giả thiết chất lỏng chứa trong một bình có mặt rộng để có thể coi mức của mặt thoáng chất lỏng không đổi (không phụ thuộc vào việc phù kế đi lên hay đi xuống).

Giả thiết phù kế chuyển động theo phương thẳng đứng. Chọn trục toạ độ hướng lên theo phương thẳng đứng, gốc toạ độ là giao điểm của trục với mặt thoáng chất lỏng. Toạ độ  $z$  của vạch  $a$  chính là li độ (độ dời tính từ vị trí cân bằng) của phù kế.

Có hai lực tác dụng lên phù kế : trọng lực của phù kế  $P = mg$  hướng thẳng đứng xuống dưới, lực đẩy Ác-si-mét có độ lớn bằng trọng lượng chất lỏng bị chiếm chỗ và hướng thẳng đứng lên trên. Ở vị trí cân bằng, độ lớn của hai lực này bằng nhau, hợp lực của chúng bằng 0. Ở vị trí có li độ  $z$ , độ lớn của lực đẩy Ác-si-mét giảm đi  $\rho Vg = \rho szg$  còn độ lớn của trọng lực vẫn giữ nguyên, kết quả là hợp lực của hai lực có giá trị :

$$F = -\rho gsz$$

Hợp lực ngược chiều với độ dời và tỉ lệ với độ dời.

Nếu bỏ qua lực cản (ma sát nhớt) của nước đối với phù kế, thì khi áp dụng định luật II Niu-tơn, ta sẽ có :

$$mz'' = -\rho gsz$$

$$z'' + \frac{\rho gs}{m}z = 0$$

Đây là phương trình của dao động điều hoà với tần số góc :

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho gs}{m}}$$

## Bài tập 2

Điểm  $M$  dao động điều hoà theo phương trình :

$$x = 2,5 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$$

- a) Vào thời điểm nào thì pha dao động đạt giá trị  $\frac{5\pi}{6}$ , lúc ấy li độ  $x$  bằng bao nhiêu ?
- b) Điểm  $M$  đi qua vị trí  $x = 1,25$  cm vào những thời điểm nào ? Phân biệt những lần đi qua theo chiều dương và theo chiều âm.
- c) Tìm tốc độ trung bình của điểm  $M$  trong một chu kì dao động. Tốc độ trung bình  $\bar{v}$  của một chất điểm trong một khoảng thời gian  $\Delta t$  được định nghĩa bằng thương số giữa khoảng đường đi được  $\Delta s$  (trong khoảng thời gian  $\Delta t$ ) chia cho  $\Delta t$ .

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

**Bài giải**

a) Pha dao động bằng  $\frac{5\pi}{6}$  tức là :  $10\pi t + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}$

Khi đó, thời gian có giá trị :

$$t = \left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right) \frac{1}{10\pi} = \frac{1}{30} \text{ s}$$

Vào thời điểm  $t = \frac{1}{30}$  s thì pha dao động bằng  $\frac{5\pi}{6}$ , khi đó thì :

$$x = 2,5 \cos \frac{5\pi}{6} = -2,16 \text{ cm}$$

b) Ở vị trí  $x = 1,25$  cm, pha dao động  $\Phi = 10\pi t + \frac{\pi}{2}$  xác định bởi :

$$\cos \Phi = \frac{x}{2,5} = 0,5$$

Từ đó, suy ra :  $\Phi = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ .

Các thời điểm  $t$  tương ứng với giá trị trên của pha là :

$$\Phi = 10\pi t + \frac{\pi}{2} = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$t = \frac{1}{10} \left( -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{3} \right) + \frac{k}{5}$$

trong đó  $k$  là số nguyên.

Nếu phân biệt chi tiết :  $\Phi = +\frac{\pi}{3}$  là lúc điểm  $M$  qua vị trí  $x = 1,25$  cm theo chiều âm ( $t$  tăng thì  $\Phi$  tăng và  $x$  giảm),  $\Phi = -\frac{\pi}{3}$  ứng với lúc  $M$  qua vị trí  $x = 1,25$  cm theo chiều dương ( $\Phi$  tăng thì  $x$  tăng).  
 Kí hiệu  $P$  là điểm có toạ độ  $x = 1,25$  cm.

Vậy :

– Thời điểm  $M$  qua  $P$  theo chiều dương :  $t = -\frac{5}{60} + \frac{k}{5}$  (s).

– Thời điểm  $M$  qua  $P$  theo chiều âm :  $t = -\frac{1}{60} + \frac{k}{5}$  (s).

– Trong mỗi giây có mười lần chất điểm  $M$  đi qua  $P$ , năm lần theo chiều dương, năm lần theo chiều âm.

c) Trong một chu kì  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2$  s, quãng đường đi được bằng bốn lần biên độ :

$$s = 4 \cdot 2,5 = 10 \text{ cm}$$

Vậy tốc độ trung bình trong một chu kì dao động là :

$$\bar{v} = \frac{s}{T} = \frac{10}{0,2} = 50 \text{ cm/s} = 0,5 \text{ m/s}$$

Chú ý rằng, vận tốc trung bình của điểm  $M$  trong một chu kì dao động thì bằng 0.

### Bài tập 3

Một con lắc lò xo gồm một vật nặng có khối lượng  $m = 0,4$  kg gắn vào đầu một lò xo có độ cứng  $k = 40$  N/m. Vật nặng ở vị trí cân bằng. Dùng búa gõ vào quả nặng, truyền cho nó vận tốc ban đầu bằng 20 cm/s hướng theo trục của lò xo.

a) Viết phương trình dao động của vật nặng.

b) Muốn cho biên độ dao động của vật nặng bằng 4 cm thì vận tốc ban đầu truyền cho vật phải bằng bao nhiêu ?

#### Bài giải

a) Dạng chung của phương trình dao động là :

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

với  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s}$ .

Chọn gốc thời gian  $t = 0$  vào lúc gõ búa vào vật nặng ở vị trí cân bằng và chiều dương của trục  $x$  là chiều vận tốc ban đầu. Ta có điều kiện ban đầu : khi  $t = 0$  thì  $x = 0$  và  $v = x' = 0,2$  m/s.

Từ đó, suy ra :

$$A \cos \varphi = 0, \text{ tức là } \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$-10A \sin \varphi = 0,2, \text{ tức là } \varphi = -\frac{\pi}{2}, \quad A = \frac{0,2}{10} = 0,02 \text{ m}$$

Vậy  $x = 0,02 \cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)$  (m).

b) Muốn cho biên độ  $A = 4$  cm thì phải có :

$$v(0) = \omega A = 10 \cdot 0,04 = 0,4 \text{ m/s}$$

#### Bài tập 4

Hình 9.2 là ảnh chụp một nhà du hành vũ trụ ngồi trong dụng cụ đo khối lượng (DCĐKL). Dụng cụ này được chế tạo để dùng trong các con tàu vũ trụ trên quỹ đạo mà nhà du hành vũ trụ có thể dùng nó để xác định khối lượng của mình trong điều kiện phi trọng lượng trên quỹ đạo quanh Trái Đất. DCĐKL là một cái ghế lắp vào đầu một lò xo (đầu kia của lò xo gắn vào một điểm trên tàu). Nhà du hành ngồi vào ghế và thắt dây buộc mình vào ghế, cho ghế dao động và đo chu kỳ dao động  $T$  của ghế bằng một đồng hồ hiện số đặt trước mặt mình.



Hình 9.2 Dụng cụ đo khối lượng trên tàu vũ trụ.

a) Gọi  $M$  là khối lượng nhà du hành,  $m$  là khối lượng ghế,  $k$  là độ cứng của lò xo, hãy chứng tỏ rằng :

$$M = \frac{k}{4\pi^2} T^2 - m$$

b) Đối với DCĐKL trong con tàu vũ trụ Skylab 2 thì  $k = 605,5 \text{ N/m}$ , chu kỳ dao động của ghế không có người là  $T_0 = 0,90149 \text{ s}$ . Tính khối lượng  $m$  của ghế.

c) Với một nhà du hành ngồi trong ghế thì chu kỳ dao động là  $T = 2,08832 \text{ s}$ . Tính khối lượng nhà du hành.

#### Bài giải

a) Biết rằng  $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = \frac{2\pi}{T}$ , suy ra :

$$M + m = \frac{k}{4\pi^2} T^2$$

hay là  $M = \frac{k}{4\pi^2} T^2 - m$ .

b) Khối lượng  $m$  của ghế :

$$m = \frac{k}{4\pi^2} T_0^2 = \frac{605,6}{4(3,1416)^2} (0,90149)^2 = 12,47 \text{ kg}$$

c) Khối lượng  $M$  của nhà du hành :

$$M = \frac{605,6}{4(3,1416)^2} (2,08832)^2 - 12,47 = 54,43 \text{ kg}$$

*Ghi chú* : Phép đo khối lượng này dựa vào quán tính của vật. Kết quả đo có thể gọi là khối lượng quán tính của vật. Những phép đo khối lượng khác thường dùng cân, cân đo lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên vật. Kết quả đo bằng cân cho ta khối lượng hấp dẫn của vật. Hiện nay, người ta thừa nhận rằng khối lượng quán tính và khối lượng hấp dẫn của mỗi vật thì bằng nhau.