

Bài 12. ƯỚC CHUNG. ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Ước chung

* Một số được gọi là **ước chung** của hai hay nhiều số nếu nó là ước của tất cả các số đó.

Kí hiệu tập hợp các ước chung của a và b là $ƯC(a, b)$.

$$x \in ƯC(a, b) \text{ nếu } a : x \text{ và } b : x.$$

* **Cách tìm ước chung của hai số a và b**

– Viết tập hợp các ước của a và ước của b : $Ư(a), Ư(b)$.

– Tìm những phần tử chung của $Ư(a)$ và $Ư(b)$.

2. Ước chung lớn nhất

* **Ước chung lớn nhất** của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó.

Kí hiệu ước chung lớn nhất của a và b là $ƯCLN(a, b)$.

* **Nhận xét:**

– Tất cả các ước chung của hai hay nhiều số đều là ước của $ƯCLN$ của các số đó.

– Với mọi số tự nhiên a và b , ta có $ƯCLN(a, 1) = 1$; $ƯCLN(a, b, 1) = 1$.

3. Tìm ước chung lớn nhất bằng cách phân tích các số ra thừa số nguyên tố

* Muốn tìm $ƯCLN$ của hai hay nhiều số lớn hơn 1, ta thực hiện ba bước sau:

Bước 1: Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.

Bước 2: Chọn ra các thừa số nguyên tố chung.

Bước 3: Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ nhỏ nhất của nó. Tích đó là $ƯCLN$ phải tìm.

* Hai số có $ƯCLN$ bằng 1 gọi là hai số **nguyên tố cùng nhau**.

B. BÀI TẬP MẪU

Bài 1. Tìm tập hợp các ước chung của mỗi cặp số sau:

a) 28 và 42;

b) 48 và 60.

Giải

a) Ta có: $Ư(28) = \{1; 2; 4; 7; 14; 28\}$; $Ư(42) = \{1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42\}$.

Do đó, $ƯC(28, 42) = \{1; 2; 7; 14\}$.

b) Ta có: $Ư(48) = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48\}$;

$Ư(60) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60\}$.

Do đó, $ƯC(48, 60) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

Bài 2. Tìm $ƯCLN(48, 60)$ rồi từ đó tìm tập hợp $ƯC(48, 60)$.

Giải

Có $48 = 2^4 \cdot 3$; $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$. Do đó $ƯCLN(48, 60) = 2^2 \cdot 3 = 12$.

Nên $ƯC(48, 60) = Ư(12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

Bài 3. Rút gọn các phân số sau để được phân số tối giản (có sử dụng ước chung lớn nhất):

a) $\frac{30}{48}$;

b) $\frac{104}{182}$.

Giải

a) Có $ƯCLN(30, 48) = 6$ nên $\frac{30}{48} = \frac{30:6}{48:6} = \frac{5}{8}$.

b) Có $ƯCLN(104, 182) = 26$ nên $\frac{104}{182} = \frac{104:26}{182:26} = \frac{4}{7}$.

Bài 4. Bệnh viện A đã huy động 24 bác sĩ, 108 y tá và chia thành các tổ công tác về các địa phương trong tỉnh để hỗ trợ y tế dự phòng. Việc chia tổ cần đảm bảo sao cho số các bác sĩ được chia đều vào các tổ và số y tá cũng vậy. Hỏi có thể chia số các bác sĩ, y tá đó nhiều nhất thành mấy tổ công tác? Khi đó, mỗi tổ công tác có bao nhiêu bác sĩ và bao nhiêu y tá?

Giải

Số tổ công tác phải là ước của cả 24 và 108.

Số tổ công tác được chia phải là nhiều nhất có thể.


Vì vậy, số tổ được chia là ước chung lớn nhất của 24 và 108.

Ta có $ƯCLN(24, 108) = 12$. Do đó có thể chia đều số các bác sĩ, y tá đó thành nhiều nhất là 12 tổ công tác.

Mỗi tổ có số bác sĩ là: $24 : 12 = 2$ (bác sĩ).

Mỗi tổ có số y tá là: $108 : 12 = 9$ (y tá).

C. BÀI TẬP

1. Tìm: a) ƯC(24, 36); b) ƯC(60, 140).
2. Tìm: a) ƯCLN(3, 24); b) ƯCLN(8, 1, 32);
c) ƯCLN(36, 72); d) ƯCLN(24, 96, 120).
3. Tìm: a) ƯCLN(56, 140); b) ƯCLN(90, 135, 270).
4. Tìm ƯCLN rồi tìm các ước chung của:
a) 16 và 24; b) 180 và 234; c) 60, 90 và 135.
5. Rút gọn các phân số sau để được phân số tối giản (có sử dụng ước chung lớn nhất):
a) $\frac{28}{36}$; b) $\frac{63}{90}$; c) $\frac{40}{120}$.
6. Hai phân số $\frac{60}{135}$ và $\frac{4}{9}$ có bằng nhau không? Hãy giải thích.
7. Mai có một tờ giấy màu hình chữ nhật kích thước 20 cm và 30 cm. Mai muốn cắt tờ giấy thành các mảnh nhỏ hình vuông bằng nhau để làm thủ công sao cho tờ giấy được cắt vừa hết, không còn thừa mảnh nào. Tính độ dài lớn nhất của cạnh hình vuông nhỏ (số đo cạnh của hình vuông là một số tự nhiên với đơn vị là xăng-ti-mét). 
8. Lớp bạn Hoa cần chia 171 chiếc bút bi, 63 chiếc bút chì và 27 cục tẩy vào trong các túi quà mang tặng các bạn ở trung tâm trẻ mồ côi sao cho số bút bi, bút chì và cục tẩy ở mỗi túi đều như nhau. Tính số lượng túi quà nhiều nhất mà các bạn lớp Hoa có thể chia. Khi đó, số lượng của mỗi loại bút bi, bút chì, cục tẩy trong mỗi túi là bao nhiêu?