§2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

A. CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I- VECTƠ PHÁP TUYẾN CỦA MẶT PHẲNG

Định nghĩa. Cho mặt phẳng (α). Vectơ $\vec{n}$ khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (α) được gọi là vectơ pháp tuyến của (α).

II- PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẲNG

1. Nếu mặt phẳng (α) song song hoặc chứa giá của hai vectơ khác phương là $\vec{a} = (a_1 ; a_2 ; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1 ; b_2 ; b_3)$ thì (α) có một vectơ pháp tuyến là :
$\vec{n} = (a_2b_3 - a_3b_2 ; a_3b_1 - a_1b_3 ; a_1b_2 - a_2b_1)$.

Để cho dễ nhớ, ta dùng kí hiệu $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

Với kí hiệu đó, $\vec{n} = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} ; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} ; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right)$.

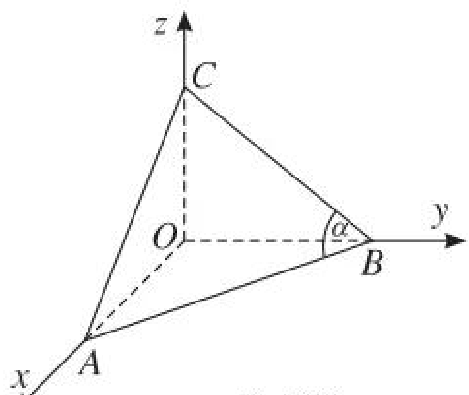
Vectơ $\vec{n}$ được gọi là *tích có hướng* (hay *tích vectơ*) của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $\vec{a} \wedge \vec{b}$ hay $\vec{a}\ \vec{b}$.

2. Phương trình của mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0 ; y_0 ; z_0)$ và nhận vectơ $\vec{n}(A ; B ; C)$ khác $\vec{0}$ làm vectơ pháp tuyến là :

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

3. Nếu mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát là $Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(A ; B ; C)$.

4. Nếu mặt phẳng (α) cắt các trục toạ độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự tại các điểm $A(a ; 0 ; 0)$, $B(0 ; b ; 0)$, $C(0 ; 0 ; c)$ với $abc \neq 0$ thì (α) có phương trình theo đoạn chắn là $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$ (h.3.6).



Hình 3.6

III- ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI MẶT PHẲNG SONG SONG, VUÔNG GÓC

Cho hai mặt phẳng (α_1) và (α_2) có phương trình tổng quát lần lượt là

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

Gọi $\vec{n}_1\ (A_1; B_1; C_1)$ và $\vec{n}_2\ (A_2 ; B_2 ; C_2)$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của (α_1) và (α_2). Ta có :

1. $(\alpha_1)\ //\ (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases}$ với k là một số thực.

2. $(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$

$$\Leftrightarrow \vec{n}_1 . \vec{n}_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$

☞ ***Chú ý :***

- (α_1) cắt $(\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \neq k\vec{n}_2,\ \forall k \in \mathbb{R}$.
- $(\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases}$ với k là một số thực.

IV- KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẲNG

Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M_0\left(x_0; y_0; z_0\right)$ đến mặt phẳng $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$ được tính bởi công thức :

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{\left|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

VẤN ĐỀ 1

Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng

1. Phương pháp giải

Loại 1. Viết phương trình mặt phẳng (α) khi đã biết vectơ pháp tuyến $\vec{n}(A ; B ; C)$ và một điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ thuộc (α)

– Phương trình (α) có dạng : $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$;

– Khai triển, rút gọn rồi đưa về dạng tổng quát : $Ax + By + Cz + D = 0$, với $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$.

Loại 2. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa ba điểm M, N, P không thẳng hàng

– Tìm vectơ pháp tuyến của (α) : $\vec{n}_\alpha = \overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{MP}$;

– Mặt phẳng (α) đi qua điểm M và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha$ (loại 1).

Loại 3. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và song song với mặt phẳng (β) : $Ax + By + Cz + D = 0$

– Phương trình (α) có dạng : $Ax + By + Cz + D' = 0$ (1)

– Thay toạ độ M_0 vào (1) ta tìm được D'.

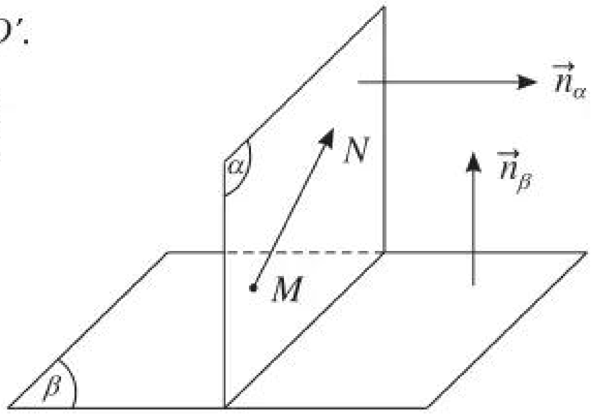
Loại 4. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa hai điểm M, N và vuông góc với mặt phẳng (β) :

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

– Tìm vectơ pháp tuyến của (α)

$$\vec{n}_\alpha = \overrightarrow{MN} \wedge \vec{n}_\beta$$

với $\vec{n}_\beta$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (β).



Hình 3.7

– Mặt phẳng (α) đi qua điểm M và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha$ (loại 1) (h.3.7).

2. Ví dụ

Ví dụ 1. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2 ; 5 ; -7)$ và song song với giá của hai vectơ $\vec{a} = (1 ; -2 ; 3)$ và $\vec{b} = (3 ; 0 ; 5)$.

Giải

Ta có : $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-10 ; 4 ; 6) = -2(5 ; -2 ; -3)$.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (5 ; -2 ; -3)$. Vậy phương trình của (α) là : $5(x-2) - 2(y-5) - 3(z+7) = 0 \Leftrightarrow 5x - 2y - 3z - 21 = 0$.

Ví dụ 2. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $A(2 ; -1 ; 3)$, $B(4 ; 0 ; 1)$, $C(-10 ; 5 ; 3)$.

Giải

Ta có $\quad \overrightarrow{AB} = (2 ; 1 ; -2)$

$\overrightarrow{AC} = (-12 ; 6 ; 0)$.

Gọi $\vec{a} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (12 ; 24 ; 24)$.

Ta chọn vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_\alpha = \dfrac{1}{12}\vec{a} = (1 ; 2 ; 2)$.

Vậy phương trình của mặt phẳng (α) là :

$$1(x-2) + 2(y+1) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 6 = 0.$$

Ví dụ 3. Cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x + 3y - 4z - 2 = 0$ và điểm $A(0 ; 2 ; 0)$.

a) Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua A và song song với (α).

b) Viết phương trình mặt phẳng (γ) đi qua OA và vuông góc với (α) với O là gốc toạ độ.

Giải

a) Vì (β) song song với (α) nên phương trình mặt phẳng (β) có dạng :

$$2x + 3y - 4z + D = 0. \qquad (1)$$

Điểm A thuộc (β) nên thay toạ độ của A vào (1) ta được

$$2.0 + 3.2 - 4.0 + D = 0 \Leftrightarrow D = -6.$$

Vậy phương trình của mặt phẳng (β) là : $2x + 3y - 4z - 6 = 0$.

b) Hai vectơ có giá song song hoặc được chứa trong (γ) là :

$$\overrightarrow{OA} = (0 ; 2 ; 0) \text{ và } \vec{n}_\alpha = (2 ; 3 ; -4).$$

Suy ra (γ) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\gamma = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{n}_\alpha = (-8\ ;\ 0\ ;\ -4)$.

Mặt phẳng (γ) đi qua điểm $O(0\ ;\ 0\ ;\ 0)$ và có vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n}_\gamma = (-8\ ;\ 0\ ;\ -4).$$

Vậy phương trình của mặt phẳng (γ) là : $-8x - 4z = 0$ hay $2x + z = 0$.

Ví dụ 4. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $A(1\ ;\ 0\ ;\ 0)$, $B(0\ ;\ -2\ ;\ 0)$, $C(0\ ;\ 0\ ;\ -3)$.

Giải

Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta được phương trình (α) có dạng : $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{-3} = 1$ hay $6x - 3y - 2z - 6 = 0$.

VẤN ĐỀ 2

Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

$$(\alpha) : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$(\beta) : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

1. Phương pháp giải

– Xét hai vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (A_1; B_1; C_1)$ và $\vec{n}_\beta = (A_2; B_2; C_2)$.

Ta có các trường hợp sau :

* $\vec{n}_\alpha \neq k\vec{n}_\beta$: (α) cắt (β);

* $\begin{cases} \vec{n}_\alpha = k\vec{n}_\beta \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases}$: $(\alpha) \mathbin{/\mkern-5mu/} (\beta)$;

* $\begin{cases} \vec{n}_\alpha = k\vec{n}_\beta \\ D_1 = kD_2 \end{cases}$: $(\alpha) \equiv (\beta)$;

* $\vec{n}_\alpha . \vec{n}_\beta = 0$: $(\alpha) \perp (\beta)$.

2. Ví dụ

Ví dụ 1. Xét vị trí tương đối của các cặp mặt phẳng cho bởi các phương trình tổng quát sau đây :

a) $(\alpha_1) : x + 2y + 3z + 4 = 0,$

$(\beta_1) : x + 5y - z - 9 = 0.$

b) $(\alpha_2) : x + y + z + 5 = 0,$

$(\beta_2) : 2x + 2y + 2z + 6 = 0.$

c) $(\alpha_3) : x + 2y + 3z + 1 = 0,$

$(\beta_3) : 3x + 6y + 9z + 3 = 0.$

Giải

a) Gọi $\vec{n}_{\alpha_1}$ và $\vec{n}_{\beta_1}$ lần lượt là các vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng (α_1) và (β_1).

Ta có : $\vec{n}_{\alpha_1} = (1 ; 2 ; 3)$ và $\vec{n}_{\beta_1} = (1 ; 5 ; -1)$

$\frac{1}{1} \neq \frac{2}{5} \Rightarrow \vec{n}_{\alpha_1} \neq k\vec{n}_{\beta_1}$. Vậy (α_1) cắt (β_1).

b) Gọi $\vec{n}_{\alpha_2}$ và $\vec{n}_{\beta_2}$ lần lượt là các vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng (α_2) và (β_2).

Ta có : $\vec{n}_{\alpha_2} = (1 ; 1 ; 1)$ và $\vec{n}_{\beta_2} = (2 ; 2 ; 2)$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{5}{6} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_{\alpha_2} = \frac{1}{2}\vec{n}_{\beta_2} \\ \frac{1}{2} \neq \frac{5}{6}. \end{cases}$$

Vậy $(\alpha_2) // (\beta_2)$.

c) Gọi $\vec{n}_{\alpha_3}$ và $\vec{n}_{\beta_3}$ lần lượt là các vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng (α_3) và (β_3).

Ta có : $\vec{n}_{\alpha_3} = (1 ; 2 ; 3)$ và $\vec{n}_{\beta_3} = (3 ; 6 ; 9)$

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. Vậy $(\alpha_3) \equiv (\beta_3)$.

Ví dụ 2. Xác định giá trị của m để cặp mặt phẳng sau đây vuông góc

$$(\alpha) : 2x + my + 2mz - 9 = 0,$$

$$(\beta) : 6x - y - z - 10 = 0.$$

Giải

Gọi $\vec{n}_\alpha$ và $\vec{n}_\beta$ lần lượt là các vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng (α) và (β).

Ta có : $\vec{n}_\alpha = (2 ; m ; 2m)$

$\vec{n}_\beta = (6 ; -1 ; -1)$.

Điều kiện cần và đủ để $(\alpha) \perp (\beta)$ là $\vec{n}_\alpha . \vec{n}_\beta = 0$.

Ta có : $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow \vec{n}_\alpha . \vec{n}_\beta = 0$

$\Leftrightarrow 12 - m - 2m = 0$

$\Leftrightarrow m = 4$.

Vậy (α) vuông góc với (β) khi và chỉ khi $m = 4$.

Ví dụ 3. Xác định giá trị của m và n để cặp mặt phẳng sau đây song song với nhau :

$$(\alpha) : 2x + my + 3z - 5 = 0,$$

$$(\beta) : nx - 8y - 6z + 2 = 0.$$

Giải

Ta có : $(\alpha) \; // \; (\beta) \Leftrightarrow \dfrac{2}{n} = \dfrac{m}{-8} = \dfrac{3}{-6} \neq \dfrac{-5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3n = -12 \\ -6m = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = -4 \\ m = 4. \end{cases}$

VẤN ĐỀ 3

Tính khoảng cách

1. Phương pháp giải

Loại 1. Tính khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (α) : $Ax + By + Cz + D = 0$, ta dùng công thức $d(M_0, (\alpha)) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

Loại 2. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

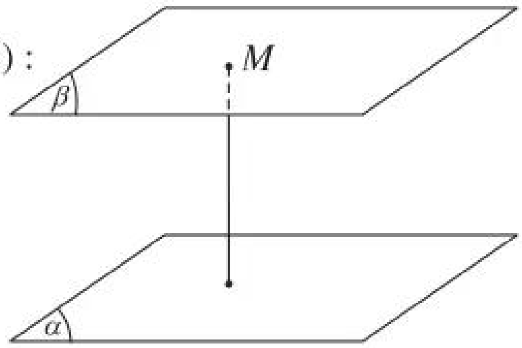
$(\alpha)\ :\ A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$

và $(\beta)\ :\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ (h.3.8) :

– Ta chọn một điểm M thuộc (β)

(chẳng hạn điểm $M\left(0;\ 0;\ -\dfrac{D_2}{C_2}\right)$) ;

– Ta có $d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\alpha))$.



Hình 3.8

2. Ví dụ

Ví dụ 1. Cho hai điểm $A(1\ ;\ -1\ ;\ 2)$, $B(3\ ;\ 4\ ;\ 1)$ và mặt phẳng (α) có phương trình : $x + 2y + 2z - 10 = 0$.

Tính khoảng cách từ A, B đến mặt phẳng (α).

Giải

Ta có : $d(A, (\alpha)) = \dfrac{|x_A + 2y_A + 2z_A - 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \dfrac{|1 - 2 + 4 - 10|}{3} = \dfrac{7}{3}$

$$d(B, (\alpha)) = \frac{|x_B + 2y_B + 2z_B - 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{|3 + 8 + 2 - 10|}{3} = 1.$$

Ví dụ 2. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (α) và (β) cho bởi phương trình sau đây : $(\alpha) : x + 2y + 2z + 11 = 0$,

$(\beta) : x + 2y + 2z + 2 = 0$.

Giải

Ta lấy điểm $M(0\ ;\ 0\ ;\ -1)$ thuộc mặt phẳng (β), kí hiệu $d((\alpha), (\beta))$ là khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β). Ta có

$$d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\alpha)) = \frac{|x_M + 2y_M + 2z_M + 11|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}}$$

$$= \frac{|0 + 2.(0) + 2.(-1) + 11|}{\sqrt{9}} = \frac{9}{3} = 3.$$

Vậy $d((\alpha), (\beta)) = 3$.

Ví dụ 3. Tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2 ; 3 ; 4)$ và mặt phẳng (α) : $2x + 3y + z - 17 = 0$.

Giải

Xét điểm $M(0 ; 0 ; z) \in Oz$, ta có :

Điểm M cách đều điểm A và mặt phẳng (α)

$$\Leftrightarrow AM = d(M, (\alpha)) \Leftrightarrow \sqrt{4+9+(z-4)^2} = \frac{|z-17|}{\sqrt{4+9+1}}$$

$$\Leftrightarrow 13 + (z-4)^2 = \frac{(z-17)^2}{14}$$

$$\Leftrightarrow 14(z^2 - 8z + 29) = z^2 - 34z + 289$$

$$\Leftrightarrow 13z^2 - 78z + 117 = 0$$

$$\Leftrightarrow z^2 - 6z + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow z = 3.$$

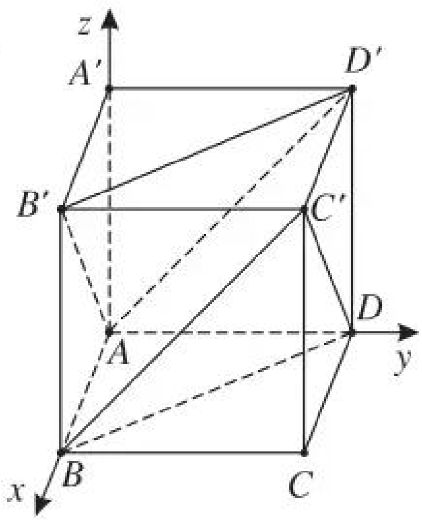
Vậy điểm $M(0 ; 0 ; 3)$ là điểm cần tìm.

Ví dụ 4. Giải bài toán sau đây bằng phương pháp toạ độ.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1.

a) Chứng minh rằng hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(BC'D)$ song song với nhau.

b) Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng nói trên.



Hình 3.9

Giải

(h.3.9)

a) Chọn hệ toạ độ $Oxyz$ sao cho $A(0 ; 0 ; 0)$, $B(1 ; 0 ; 0)$, $D(0 ; 1 ; 0)$, $A'(0 ; 0 ; 1)$. Khi đó $B'(1 ; 0 ; 1)$, $D'(0 ; 1 ; 1)$, $C'(1 ; 1 ; 1)$.

Mặt phẳng $(AB'D')$ đi qua A nhận $\vec{n} = \overrightarrow{AB'} \wedge \overrightarrow{AD'}$ làm vectơ pháp tuyến.

Ta có : $\overrightarrow{AB'}(1 ; 0 ; 1)$, $\overrightarrow{AD'}(0 ; 1 ; 1)$,

do đó $\vec{n}(-1 ; -1 ; 1)$.

Phương trình mặt phẳng $(AB'D')$ có dạng : $-x-y+z=0$ hay $x+y-z=0$.

Tương tự, mặt phẳng $(C'DB)$ đi qua C' nhận $\vec{n}' = \overrightarrow{C'D} \wedge \overrightarrow{C'B} = (1 ; 1 ; -1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(C'DB)$ có dạng :

$$(x-1)+(y-1)-(z-1)=0 \text{ hay } x+y-z-1=0.$$

Vì $\vec{n}' = -\vec{n}$ và $A \in (BC'D)$ nên hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(BC'D)$ song song với nhau.

b) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(BC'D)$ bằng $d(A,(BC'D))$ bằng :

$$\frac{|-1|}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

3.17. Viết phương trình mặt phẳng (α) trong các trường hợp sau :

a) (α) đi qua điểm $M(2 ; 0 ; 1)$ và nhận $\vec{n} = (1 ; 1 ; 1)$ làm vectơ pháp tuyến ;

b) (α) đi qua điểm $A(1 ; 0 ; 0)$ và song song với giá của hai vectơ $\vec{u} = (0 ; 1 ; 1)$, $\vec{v} = (-1 ; 0 ; 2)$;

c) (α) đi qua ba điểm $M(1 ; 1 ; 1)$, $N(4 ; 3 ; 2)$, $P(5 ; 2 ; 1)$.

3.18. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(1 ; -2 ; 4)$, $B(3 ; 6 ; 2)$.

3.19. Cho tứ diện có các đỉnh là $A(5 ; 1 ; 3)$, $B(1 ; 6 ; 2)$, $C(5 ; 0 ; 4)$, $D(4 ; 0 ; 6)$.

a) Hãy viết phương trình mặt phẳng (ABC) ;

b) Hãy viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm D và song song với mặt phẳng (ABC).

3.20. Hãy viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua gốc toạ độ $O(0 ; 0 ; 0)$ và song song với mặt phẳng (β) : $x+y+2z-7=0$.

3.21. Lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(0 ; 1 ; 0)$, $B(2 ; 3 ; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (β) : $x+2y-z=0$.

3.22. Xác định các giá trị của A, B để hai mặt phẳng sau đây song song với nhau :

$$(\alpha) : Ax - y + 3z + 2 = 0,$$

$$(\beta) : 2x + By + 6z + 7 = 0.$$

3.23. Tính khoảng cách từ điểm $M(1 ; 2 ; 0)$ lần lượt đến các mặt phẳng sau :

a) $(\alpha) : x + 2y - 2z + 1 = 0$;

b) $(\beta) : 3x + 4z + 25 = 0$;

c) $(\gamma) : z + 5 = 0$.

3.24. Tìm tập hợp các điểm cách đều hai mặt phẳng

$$(\alpha) : 3x - y + 4z + 2 = 0,$$

$$(\beta) : 3x - y + 4z + 8 = 0.$$

3.25. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Dùng phương pháp toạ độ để :

a) Chứng minh hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(BC'D)$ song song ;

b) Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó.

3.26. Lập phương trình của mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(3 ; -1 ; -5)$ đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng

$$(\beta) : 3x - 2y + 2z + 7 = 0,$$

$$(\gamma) : 5x - 4y + 3z + 1 = 0.$$

3.27. Cho điểm $A(2 ; 3 ; 4)$. Hãy viết phương trình của mặt phẳng (α) đi qua các hình chiếu của điểm A trên các trục toạ độ.

3.28. Xét vị trí tương đối của các cặp mặt phẳng cho bởi phương trình tổng quát sau đây :

a) $(\alpha_1) : 3x - 2y - 3z + 5 = 0$, $(\alpha'_1) : 9x - 6y - 9z - 5 = 0$.

b) $(\alpha_2) : x - 2y + z + 3 = 0$, $(\alpha'_2) : x - 2y - z + 3 = 0$.

c) $(\alpha_3) : x - y + 2z - 4 = 0$, $(\alpha'_3) : 10x - 10y + 20z - 40 = 0$.

3.29. Viết phương trình của mặt phẳng (β) đi qua điểm $M(2 ; -1 ; 2)$, song song với trục Oy và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : 2x - y + 3z + 4 = 0$.

3.30. Lập phương trình của mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1 ; 2 ; 3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.