II- ĐỀ TOÁN TỔNG HỢP

1.28. Hình được tạo thành từ hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ khi ta bỏ đi các điểm trong của mặt $(ABCD)$ có phải là một hình đa diện không ?

1.29. Chứng minh rằng mỗi đỉnh của một hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.

1.30. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân ở C. Cạnh $B'B = a$ và tạo với đáy một góc bằng 60°. Hình chiếu vuông góc hạ từ B' lên đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Tính thể tích khối lăng trụ đó theo a.

1.31. Tính thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h, đáy là ngũ giác đều nội tiếp trong một đường tròn bán kính r.

1.32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$, các mặt (SAB) và (SAD) vuông góc với đáy. Góc giữa mặt (SAC) và đáy bằng 60°, $AB = 2a$, $BC = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC theo a.

1.33. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a. Gọi M, N và E theo thứ tự là trung điểm của BC, CC' và $C'A'$. Đường thẳng EN cắt đường thẳng AC tại F, đường thẳng MN cắt đường thẳng $B'C'$ tại L. Đường thẳng FM kéo dài cắt AB tại I, đường thẳng LE kéo dài cắt $A'B'$ tại J .

a) Chứng minh rằng các hình đa diện $IBM.JB'L$ và $A'EJ.AFI$ là những hình chóp cụt.

b) Tính thể tích khối chóp $F.AIJA'$.

c) Chứng minh rằng mặt phẳng (MNE) chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện có thể tích bằng nhau.

1.34. Cho hai đoạn thẳng AB và CD chéo nhau, AC là đường vuông góc chung của chúng. Biết rằng $AC = h$, $AB = a$, $CD = b$ và góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 60°. Hãy tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

1.35. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi (H) là hình bát diện đều có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tứ diện đều đó. Tính tỉ số $\dfrac{V_{(H)}}{V_{ABCD}}$.

1.36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a, M là trung điểm của BB'. Tính theo a :

a) Khoảng cách giữa AC và DC'.

b) Độ dài đoạn vuông góc chung giữa CM và AB'.

1.37. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi h_A, h_B, h_C, h_D lần lượt là các đường cao của tứ diện xuất phát từ A, B, C, D và r là bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{h_A}+\frac{1}{h_B}+\frac{1}{h_C}+\frac{1}{h_D}=\frac{1}{r}.$$