

ÔN TẬP CUỐI NĂM

I. ĐỀ TOÁN TỔNG HỢP

1. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

a) Tính tỉ số $\frac{V_{ACA'B'}}{V_{ABC.A'B'C'}}$;

b) Tính $V_{ACA'B'}$ biết rằng tam giác ABC là tam giác đều cạnh bằng a , $AA' = b$ và AA' tạo với (ABC) một góc bằng 60° .

2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD , H là giao điểm của MD và NC . Biết rằng SH là đường cao của hình chóp đã cho và cạnh SC tạo với đáy hình chóp đó một góc bằng 60° .

a) Tính thể tích hình chóp $S.CDNM$.

b) Tính khoảng cách giữa DM và SC .

3. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = BC = a$, $BD = CA = b$, $CD = AB = c$.

a) Chứng minh rằng các đường vuông góc chung của các cặp cạnh đối diện đồng quy và đôi một vuông góc với nhau ;

b) Tính V_{ABCD} theo a, b, c ;

c) Chứng minh rằng tâm các mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp của tứ diện $ABCD$ trùng nhau. Tính bán kính của các mặt cầu đó theo a, b, c .

4. Cho hình nón tròn xoay (H) đỉnh S , đáy là hình tròn bán kính R , chiều cao bằng h . Gọi (H') là hình trụ tròn xoay có đáy là hình tròn bán kính r ($0 < r < R$) nội tiếp (H) .

- a) Tính tỉ số thể tích của (H') và (H) ;
 b) Xác định r để (H') có thể tích lớn nhất.

5. Cho ba điểm $A(1 ; 2 ; 1)$, $B(2 ; -1 ; 1)$, $C(0 ; 3 ; 1)$ và đường thẳng d :

$$\frac{x}{-3} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}.$$

- a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , song song với d , sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách từ C đến (P) .
 b) Tìm tập hợp những điểm cách đều ba điểm A, B, C .

6. Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$, $d': \begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 2t' \\ z = -1 + t' \end{cases}$ và $M(2 ; -1 ; 0)$.

- a) Chứng minh rằng d và d' chéo nhau.
 b) Tìm tọa độ điểm A trên d và điểm B trên d' để M, A, B thẳng hàng.

7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + 2y - z + 5 = 0$ và hai điểm $A(-2 ; -1 ; 1)$, $B(6 ; 6 ; 5)$. Trong các đường thẳng đi qua A và song song với (P) hãy viết phương trình đường thẳng mà khoảng cách từ B đến đường thẳng đó là nhỏ nhất.

8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 19 = 0$ và mặt phẳng $(P) : x - 2y + 2z - 12 = 0$.

- a) Chứng minh rằng (P) cắt (S) theo một đường tròn.
 b) Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn đó.

9. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(0 ; 0 ; 0)$, $B(1 ; 0 ; 0)$, $D(0 ; 1 ; 0)$, $A'(0 ; 0 ; 1)$.

- a) Hãy tìm tọa độ các đỉnh còn lại ;
 b) Chứng minh $A'C \perp (BC'D)$;
 c) Tìm tọa độ của chân đường vuông góc chung của $B'D'$ và BC' .

10. Trong không gian $Oxyz$, cho $S(0 ; 0 ; 2)$, $A(0 ; 0 ; 0)$, $B(1 ; 2 ; 0)$, $C(0 ; 2 ; 0)$.

- a) Viết phương trình của mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SB ;

- b) Tìm tọa độ của các điểm B' là giao của (P) với đường thẳng SB , C' là giao của (P) với đường thẳng SC ;
- c) Tính thể tích tứ diện $SAB'C'$;
- d) Tìm điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (P) ;
- e) Chứng minh các điểm A, B, C, B', C' cùng thuộc một mặt cầu. Viết phương trình của mặt cầu đó và phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu đó tại C' .

II. ĐỀ THI

ĐỀ 1

Câu 1 (4 điểm) Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$, $\widehat{BA'D} = 90^\circ$. Tính thể tích hình hộp theo a .

Câu 2 (6 điểm) Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(0 ; 5 ; 1)$ và $B(8 ; -1 ; 3)$.

- a) Viết phương trình tham số của đường thẳng AB .
- b) Chứng minh rằng đường thẳng AB tiếp xúc với mặt cầu

$$(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 16 = 0.$$

ĐỀ 2

Câu 1 (4 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = a$, $AB = 2a$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng 60° . Tính thể tích hình chóp.

Câu 2 (6 điểm) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ và hai

điểm $A(1 ; -2 ; 1)$, $B(1 ; 1 ; 5)$.

- a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua B và vuông góc với d .
- b) Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A sao cho (P) cắt (S) theo một đường tròn đường kính bằng 8.

ĐỀ 3

Câu 1 (4 điểm) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông ở B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng đáy trùng

với trung điểm của AC , góc giữa mặt bên $(ABB'A')$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích hình lăng trụ đó theo a .

Câu 2 (6 điểm) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P) : x + y + z - 3 = 0$ và

$$\text{đường thẳng } d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = -t. \end{cases}$$

- Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d sao cho giao tuyến của (P) và (Q) vuông góc với d .
- Gọi M là giao điểm của d với (P) . Tìm tọa độ của điểm N nằm trên (P) sao cho đường thẳng MN vuông góc với d và $MN = 3\sqrt{14}$.