§1 CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC (3 tiết)

A – MỤC TIÊU

Nắm được khái niệm đường tròn định hướng, đường tròn lượng giác, cung lượng giác và góc lượng giác. Nắm được khái niệm đơn vị rađian, biết cách đổi từ độ sang rađian và ngược lại. Nắm được số đo của cung và góc lượng giác trên đường tròn lượng giác.

B – NỘI DUNG

I – KHÁI NIỆM CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC

1. Để giới thiệu khái niệm đường tròn định hướng và cung lượng giác cho học sinh một cách tự nhiên, các tác giả đề nghị giáo viên và học sinh thực hiện một hoạt động mở đầu. Bởi vì hoạt động này khá quan trọng nên chúng tôi viết thành phần lí thuyết bắt buộc. Về thực chất, hoạt động này mô tả một ánh xạ từ tập số thực trên trục số lên tập các điểm trên đường tròn, đồng thời cũng chuẩn bị cho việc nêu khái niệm hàm số lượng giác biến số thực sau này.

2. Giáo viên nên hướng dẫn học sinh làm giáo cụ trực quan để hoàn thành hoạt động này. Khi làm giáo cụ trực quan như hướng dẫn trong SGK, cần đánh dấu rõ đơn vị (bằng bán kính đường tròn) trên dây (coi như trục số).

Cuốn dây áp sát đường tròn, lần lượt đánh dấu trên đường tròn điểm M_1 ứng với số 1, điểm M_2 ứng với số 2, ... Bằng cách đó chỉ cho học sinh thấy, chẳng hạn các cung có điểm đầu *A* và có độ dài lần lượt là 1, $1 + 2\pi$, $1 + 4\pi$, ... cùng có điểm cuối M_1.

Tương tự, theo chiều ngược lại, lần lượt đánh dấu trên đường tròn điểm N_1 ứng với số -1, điểm N_2 ứng với số -2, ... Từ đó, các cung có điểm đầu *A* lần lượt có độ dài (đại số) -1, $-1 - 2\pi$, $-1 - 4\pi$, ... cùng có điểm cuối N_1. Hoạt động này còn chuẩn bị cho việc đưa ra khái niệm số đo của cung lượng giác ở phần dưới.

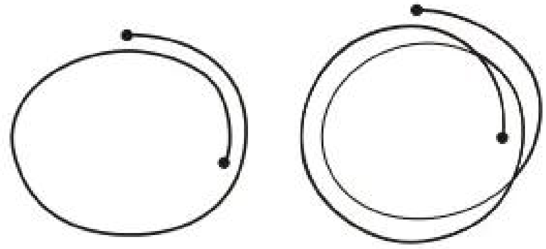
3. Nhận xét a) tổng quát hoá những kết quả thu được ở trên.

Nhận xét b) nhằm chuẩn bị cho việc định hướng trên đường tròn để biến một đường tròn thành đường tròn định hướng.

4. Cung lượng giác là một khái niệm khó trình bày. Vấn đề là khi cho hai điểm cố định *C* và *D* trên đường tròn định hướng thì các cung lượng giác (có kí hiệu chung là $\overset{\frown}{CD}$) hoàn toàn xác định, không phụ thuộc vào việc có một điểm *M* chuyển động trên đường tròn từ *C* đến *D* hay không !

Tuy nhiên, dùng hình ảnh điểm *M* chuyển động từ *C* tới *D* lần đầu, rồi đi tiếp 1 vòng tròn, 2 vòng tròn,... thì dễ hình dung các cung lượng giác khác nhau có cùng điểm đầu *C* và điểm cuối *D*.

Có thể dùng dụng cụ trực quan tạo hình ảnh các cung $\overset{\frown}{CD}$ khác nhau như sau : Cuốn một sợi dây thép quanh một ống nhựa tròn 1 vòng và $\frac{1}{4}$ vòng, cắt sao cho hai đầu mút cách nhau $\frac{1}{4}$ đường tròn (h.23a), rồi cuốn một sợi dây thép khác quanh ống nhựa đó 2 vòng



a) b)

Hình 23

và $\frac{1}{4}$ vòng (h.23b) ta sẽ có hình ảnh hai cung lượng giác có cùng điểm đầu và điểm cuối, bằng cách xếp hai vòng dây thép đó chồng lên nhau cho các đầu mút trùng nhau.

5. Khái niệm góc lượng giác được suy từ khái niệm cung lượng giác, bằng cách gắn mỗi điểm M trên đường tròn định hướng với tia OM. Khi M chuyển động tạo nên một cung lượng giác thì OM tạo nên một góc lượng giác tương ứng.

6. Về khái niệm đường tròn lượng giác, tại sao SGK lại không đặt mục đường tròn lượng giác ngay sau mục đường tròn định hướng ?

Ta biết khái niệm cung và góc lượng giác không phụ thuộc vào bán kính đường tròn cũng như điểm gốc, nếu trình bày các khái niệm này sau đường tròn lượng giác thì có thể gây ra sự hiểu lầm rằng cung lượng giác chỉ xác định trên đường tròn lượng giác.

Thông thường người ta định nghĩa đường tròn lượng giác là đường tròn định hướng có bán kính $R = 1$ và nhận một điểm A trên đường tròn làm điểm gốc. Tuy nhiên để tiện sử dụng, SGK coi đường tròn lượng giác đã được đặt trong mặt phẳng toạ độ Oxy tâm tại O và trên đó đã chọn điểm $A(1 ; 0)$ làm điểm gốc của đường tròn lượng giác và là điểm đầu của các cung lượng giác.

II – SỐ ĐO CỦA CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC

1. Hoạt động **1** hướng dẫn cách dùng máy tính bỏ túi để đổi độ ra rađian và ngược lại. Các lệnh ở đây thực hiện trên máy CASIO *fx–500 MS*. (Học sinh có thể thực hiện trên máy khác).

2. Cần chú ý cho học sinh biết cách tính độ dài cung trong công thức $l = R\alpha$ với α là số đo tính bằng rađian. Nếu α tính bằng độ thì phải đổi ra rađian rồi mới áp dụng công thức này. Theo chúng tôi, mặc dù SGK không viết nhưng khi dạy, giáo viên nên nhân dịp này khắc sâu cho học sinh sự khác biệt cơ bản giữa số đo của cung bằng rađian và độ dài cung : số đo của cung không phụ thuộc bán kính, các cung có cùng số đo thì có độ dài tỉ lệ với bán kính.

3. Trong SGK môn Toán lớp 10 chương trình GDTHPT khái niệm số đo của các cung lượng giác được hình thành thông qua các ví dụ cụ thể, trong đó có hai cung lượng giác cùng có điểm đầu là A điểm cuối là B (và đều có số đo dương), còn cung AC có số đo âm.

4. Hoạt động **2** nhằm kiểm tra xem học sinh đã hiểu đúng khái niệm số đo của cung lượng giác chưa. Giáo viên có thể đồng thời vẽ lên bảng nhiều cung lượng giác khác nhau có cùng điểm đầu, điểm cuối và hỏi nhiều em về số đo của chúng. Điều ghi nhớ cần chốt lại cho các em chính là công thức đóng khung

$$\boxed{\text{sđ}\overset{\curvearrowright}{AM} = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.}$$

hay $$\boxed{\text{sđ}\overset{\curvearrowright}{AM} = a^{o} + k360^{o}, k \in \mathbb{Z}.}$$

5. Điều cuối cùng trong tiết này là biểu diễn trên đường tròn lượng giác một cung lượng giác có số đo α đã cho. Học sinh phải xác định đúng điểm cuối M của cung $\overset{\curvearrowright}{AM}$ tương ứng thông qua việc biểu diễn α bằng một bội của 2π cộng với một số trong khoảng $(-\pi ; \pi]$ (số này xác định duy nhất).

Giáo viên có thể cho thêm một hoạt động để các em biểu diễn một số cung (góc) khác, chẳng hạn cung (góc) có số đo là $-\frac{17\pi}{3}$, 585^{o},...

C – HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

1. Các điểm cuối trùng nhau khi các số đo hơn kém nhau một bội của 2π.

2. a) $18^{o} \approx 0{,}3142$ rad ; b) $57^{o}30' \approx 1{,}0036$ rad ;

c) $-25^{o} \approx -0{,}4363$ rad ; d) $-125^{o}45' \approx -2{,}1948$ rad.

3. a) $\frac{\pi}{18} = 10^{o}$; b) $\frac{3\pi}{16} = 33^{o}45'$;

c) $-2 \approx -114^{o}35'30''$; d) $\frac{3}{4} \approx 42^{o}58'19''$.

4. a) Độ dài cung có số đo $\frac{\pi}{15}$ là 4,19 cm (làm tròn).

b) Độ dài cung có số đo 1,5 là 30 cm.

c) Độ dài cung có số đo 37^{o} : Trước hết đổi độ ra rađian

$$37^{o} \approx 0{,}6458.$$

Lấy kết quả 0,6458 nhân với 20 được

$$l \approx 12{,}92 \text{ cm (làm tròn).}$$

(Ta cũng có thể tính độ dài cung tròn theo số đo độ bằng công thức đã học ở lớp 9).

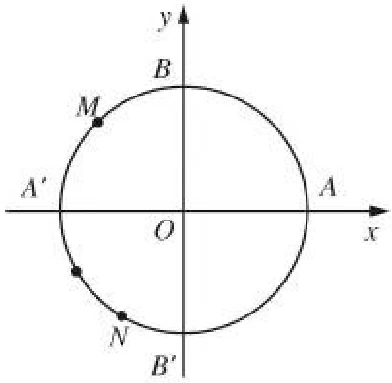
5. (h.24)

a) Cung $-\dfrac{5\pi}{4}$ là $\overset{\frown}{AM}$ (M là trung điểm $\overset{\frown}{A'B}$).

b) Cung 135° cũng là cung $\overset{\frown}{AM}$ ở trên.

c) Cung $\dfrac{10\pi}{3}$ là $\overset{\frown}{AN}$ (với $\overset{\frown}{A'N} = \dfrac{2}{3}\overset{\frown}{A'B'}$).

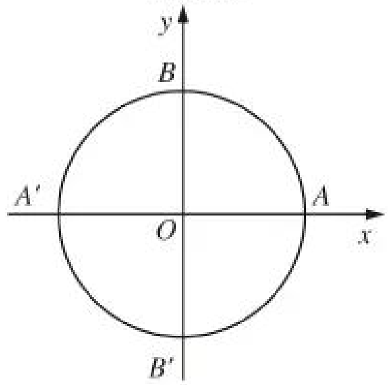
d) Cung -225° cũng là cung $\overset{\frown}{AM}$ ở trên.



Hình 24

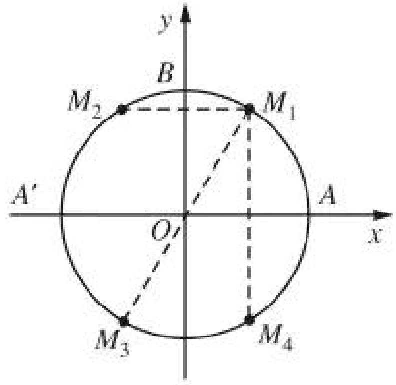
6. a) Cung $\overset{\frown}{AM}$ có số đo là $k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) thì điểm M trùng với A (nếu k chẵn) hoặc trùng với A' (nếu k lẻ) (h.25).

b) Cung $\overset{\frown}{AM}$ có số đo $k\dfrac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$) thì điểm M trùng với A nếu $k = 4n$, $n \in \mathbb{Z}$; M trùng với A' nếu $k = 4n + 2$; M trùng với B nếu $k = 4n + 1$ và M trùng với B' nếu $k = 4n + 3$, $n \in \mathbb{Z}$ (h.25).



Hình 25

c) Cung $\overset{\frown}{AM}$ có số đo $k\dfrac{\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$) thì điểm M trùng với A nếu $k = 6n$ ($n \in \mathbb{Z}$) ; M trùng với M_1 nếu $k = 6n + 1$; M trùng với M_2 nếu $k = 6n + 2$; M trùng với A' nếu $k = 6n + 3$; M trùng với M_3 nếu $k = 6n + 4$; M trùng với M_4 nếu $k = 6n + 5$ (h.26).



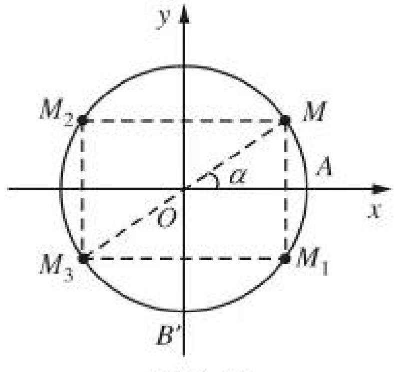
Hình 26

7. (h.27) sđ $\overset{\frown}{AM} = \alpha$ $\left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$ suy ra

$$\text{sđ } \overset{\frown}{AM_1} = -\alpha + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{sđ } \overset{\frown}{AM_2} = \pi - \alpha + k2\pi$$

$$\text{sđ } \overset{\frown}{AM_3} = \alpha + \pi + k2\pi.$$



Hình 27