

§1

MỆNH ĐỀ (2 tiết)

A – MỤC TIÊU

Nắm vững các khái niệm : mệnh đề, mệnh đề phủ định, mệnh đề kéo theo, hai mệnh đề tương đương, các điều kiện cần, đủ, cần và đủ và biết sử dụng các kí hiệu \forall, \exists .

B – NỘI DUNG

I – MỆNH ĐỀ, MỆNH ĐỀ CHÚA BIẾN

Ta không nêu định nghĩa mệnh đề. Hoạt động  1 nhằm giúp học sinh nhận biết khái niệm này qua những ví dụ cụ thể. Có thể nói mệnh đề là những khẳng định có tính đúng hoặc sai. Sau khi đưa ra khái niệm mệnh đề, SGK đưa ra hai luật logic dưới dạng quy ước

Mỗi mệnh đề phải hoặc đúng, hoặc sai (luật bài trung).

Một mệnh đề không thể vừa đúng, vừa sai (luật phi mâu thuẫn).

Hoạt động  2 yêu cầu học sinh tự đưa ra các ví dụ minh họa khái niệm để củng cố kiến thức. Cần lưu ý tới các ví dụ dạng đẳng thức, bất đẳng thức (ví dụ về mệnh đề), phương trình, bất phương trình (ví dụ về mệnh đề chứa biến).

Khái niệm mệnh đề chứa biến được đưa ra qua hai ví dụ cụ thể. Có thể hiểu mệnh đề chứa biến là một câu chứa biến, với mỗi giá trị của biến thuộc một tập nào đó, ta được một mệnh đề. Hai ví dụ quen thuộc của mệnh đề chứa biến là phương trình và bất phương trình.

II – PHỦ ĐỊNH CỦA MỘT MỆNH ĐỀ

Mệnh đề phủ định \bar{P} của mệnh đề P được xác định qua định nghĩa tính đúng sai của nó

\bar{P} đúng nếu P sai, \bar{P} sai nếu P đúng.

Ví dụ của mục II nhằm để học sinh thấy phép phủ định trong Toán học phù hợp với phép phủ định thông thường trong cuộc sống.

Chú ý rằng để lập mệnh đề phủ định của P ta thêm (hoặc bớt) từ "không" vào trước vị ngữ của nó với quy ước "không không" có nghĩa là "có" (phủ định của phủ định là khẳng định).

Chẳng hạn, P : "π là một số hữu tỉ", \bar{P} : "π không phải là một số hữu tỉ", Q : "Tổng hai cạnh một tam giác lớn hơn cạnh thứ ba", \bar{Q} : "Tổng hai cạnh của một tam giác không lớn hơn cạnh thứ ba".

III – MỆNH ĐỀ KÉO THEO

Mệnh đề kéo theo "nếu P thì Q " được giới thiệu với học sinh qua những ví dụ trong thực tế đời sống như "Nếu Trái Đất không có nước thì không có sự sống", "Nếu gió mùa Đông Bắc về thì trời trở lạnh", Các định lí toán học thường là những mệnh đề dạng "nếu P thì Q ". Sau từ "nếu" là một *giả định*, vì vậy những ví dụ về mệnh đề $P \Rightarrow Q$ với P là một mệnh đề xác định như "Nếu π là một số vô tỉ thì π không là một số nguyên" là vô nghĩa, vì ai cũng biết π là một số vô tỉ rồi. Nhờ khái niệm mệnh đề chứa biến ; ta có thể nêu những ví dụ như : "Cho n là một số nguyên, nếu n chia hết cho 2 và cho 3 thì n chia hết cho 6", "Cho tam giác ABC, nếu tam giác ABC có hai góc bằng 60° thì nó là một tam giác đều"...

Cân lưu ý rằng

Nhiều mệnh đề kéo theo của Toán học nhưng không được phát biểu rõ dưới dạng "nếu... thì...", chẳng hạn "Số có tận cùng bằng 0 chia hết cho 5". Để chứng minh những mệnh đề như vậy, giáo viên thường yêu cầu học sinh chỉ rõ đâu là giả thiết, đâu là kết luận, nghĩa là phát biểu lại mệnh đề dưới dạng mệnh đề kéo theo.

Các mệnh đề kéo theo của Toán học thường là mệnh đề lượng hoá dạng $\forall x \in X : P(x) \Rightarrow Q(x)$. Chẳng hạn, mệnh đề "Cho n là một số nguyên, nếu n chia hết cho 2 và cho 3 thì n chia hết cho 6". Viết chính xác là

$$\forall n \in \mathbb{Z} : n \vdots 2 \text{ và } n \vdots 3 \Rightarrow n \vdots 6.$$

IV – MỆNH ĐỀ ĐẢO – HAI MỆNH ĐỀ TƯƠNG ĐƯƠNG

Hoạt động A7 nhằm giới thiệu khái niệm mệnh đề đảo, đồng thời cũng cho thấy mệnh đề đảo có thể đúng, có thể sai. Chú ý rằng trong câu a) của A7 mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là "Nếu ABC là một tam giác cân thì ABC là một tam giác đều". Mệnh đề này là sai nếu trong tam giác ABC có hai cạnh bằng nhau, còn cạnh thứ ba không bằng hai cạnh đó. Đối với câu b) mệnh đề $Q \Rightarrow P$ luôn đúng. Từ việc xét tính đúng sai của mệnh đề đảo, SGK đưa ra khái niệm hai mệnh đề tương đương. Chú ý rằng ở đây không đưa ra khái niệm hai mệnh đề tương đương mà chỉ giới thiệu sự tương đương của hai mệnh đề. Mặt khác, SGK chỉ định nghĩa $P \Leftrightarrow Q$ khi cả $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng, mà không đề cập đến trường hợp P và Q nhận cùng một giá trị chân lí. Điều đó thể hiện tinh thần của chương trình là không đi sâu vào khái niệm mệnh đề tương đương mà chủ yếu là để giới thiệu các khái niệm điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ.

V - KÍ HIỆU VÀ KÍ HIỆU Ǝ

Theo tinh thần của chương trình, SGK không nêu định nghĩa của các mệnh đề lượng hoá dạng $\forall x P(x)$ hay $\exists x P(x)$. Ở đây chỉ đưa ra các mệnh đề này thông qua những ví dụ cụ thể dưới dạng giới thiệu kí hiệu \forall và \exists . Cũng vậy, phép phủ định của các mệnh đề trên được giới thiệu qua hai ví dụ cụ thể.

Như vậy, nội dung của §1 cần được trình bày nhẹ nhàng, chủ yếu là thông qua các ví dụ cụ thể và các hoạt động.

C – HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

1. a) Là mệnh đề ; b) Là mệnh đề chứa biến ;
c) Là mệnh đề chứa biến ; d) Là mệnh đề.

Tổng quát, đẳng thức, bất đẳng thức là những mệnh đề ; phương trình, bất phương trình là những mệnh đề chứa biến.

2. a) "1794 chia hết cho 3" là mệnh đề đúng ; mệnh đề phủ định là "1794 không chia hết cho 3".

b) " $\sqrt{2}$ là một số hữu tỉ" là mệnh đề sai ; mệnh đề phủ định là " $\sqrt{2}$ không là một số hữu tỉ".

c) " $\pi < 3,15$ " là mệnh đề đúng ; mệnh đề phủ định là " $\pi \geq 3,15$ ".

d) " $|-125| \leq 0$ " là mệnh đề sai ; mệnh đề phủ định là " $|-125| > 0$ ".

3. a) Nếu $a + b$ chia hết cho c thì a và b chia hết cho c .
 Các số chia hết cho 5 đều có tận cùng bằng 0.
 Tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau là tam giác cân.
 Hai tam giác có diện tích bằng nhau thì bằng nhau.
- b) Điều kiện đủ để $a + b$ chia hết cho c là a và b chia hết cho c .
 Điều kiện đủ để một số chia hết cho 5 là số đó có tận cùng bằng 0.
 Điều kiện đủ để một tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau là tam giác đó cân.
 Điều kiện đủ để hai tam giác có diện tích bằng nhau là chúng bằng nhau.
- c) Điều kiện cần để a và b chia hết cho c là $a + b$ chia hết cho c .
 Điều kiện cần để một số có tận cùng bằng 0 là số đó chia hết cho 5.
 Điều kiện cần để một tam giác là tam giác cân là hai đường trung tuyến của nó bằng nhau.
 Điều kiện cần để hai tam giác bằng nhau là chúng có diện tích bằng nhau.
4. a) Điều kiện cần và đủ để một số chia hết cho 9 là tổng các chữ số của nó chia hết cho 9.
 b) Điều kiện cần và đủ để một hình bình hành là hình thoi là hai đường chéo của nó vuông góc với nhau.
 c) Điều kiện cần và đủ để phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt là biệt thức của nó dương.
5. a) $\forall x \in \mathbb{R} : x \cdot 1 = x$;
 b) $\exists x \in \mathbb{R} : x + x = 0$;
 c) $\forall x \in \mathbb{R} : x + (-x) = 0$.
6. a) Bình phương của mọi số thực đều dương (mệnh đề sai).
 b) Tồn tại số tự nhiên n mà bình phương của nó lại bằng chính nó (mệnh đề đúng, chẳng hạn $n = 0$).
 c) Mọi số tự nhiên n đều không vượt quá hai lần nó (mệnh đề đúng).
 d) Tồn tại số thực x nhỏ hơn nghịch đảo của nó (mệnh đề đúng, chẳng hạn $x = 0,5$).
7. a) $\exists n \in \mathbb{N} : n$ không chia hết cho n . Mệnh đề này đúng, đó là số 0.
 b) $\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 \neq 2$. Mệnh đề này đúng.
 c) $\exists x \in \mathbb{R} : x \geq x + 1$. Mệnh đề này sai.
 d) $\forall x \in \mathbb{R} : 3x \neq x^2 + 1$. Mệnh đề này sai vì phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ có nghiệm.