

§2

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT CUNG

(3 tiết)

A – MỤC TIÊU

Nắm vững định nghĩa các giá trị lượng giác của cung α , các hằng đẳng thức lượng giác cơ bản và quan hệ giữa các giá trị lượng giác của các cung đối nhau, phụ nhau, bù nhau và hơn kém π . Biết áp dụng các kiến thức đó để giải các bài tập.

B – NỘI DUNG

I – GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CUNG α

- Trước khi định nghĩa các giá trị lượng giác của một cung lượng giác, cần tiến hành hoạt động  1 để học sinh nhớ lại khái niệm tỉ số lượng giác của góc nhọn và giá trị lượng giác của góc α , $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. Từ đó mở rộng cho các cung lượng giác.
- Trong việc trình bày các khái niệm giá trị lượng giác, chủ yếu là nêu định nghĩa $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$ bằng tung độ và hoành độ của điểm cuối M của cung α ; còn $\tan \alpha$ và $\cot \alpha$ được định nghĩa thông qua $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$ như trong trường hợp tỉ số lượng giác.

Hoạt động  2 yêu cầu học sinh vận dụng trực tiếp định nghĩa để tính giá trị lượng giác của một số cung cụ thể.

- Để chuẩn bị cho việc xác định dấu của các giá trị lượng giác cần làm cho học sinh thấy khi điểm cuối M của cung AM nằm ở các cung phản tư khác nhau của đường tròn lượng giác thì dấu của hoành độ và tung độ của điểm M tuân theo những quy luật xác định. Từ đó suy ra dấu của các giá trị lượng giác khi điểm cuối của cung α nằm ở các cung phản tư khác nhau.

II – Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA TANG VÀ CÔTANG

Các giá trị lượng giác đều là độ dài đại số của các vectơ trên các trục tương ứng. Ý nghĩa hình học của $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$ đã được nêu trong định nghĩa, nên SGK chỉ trình bày đối với $\tan \alpha$ và $\cot \alpha$.

Hoạt động **4** yêu cầu học sinh nhận xét rằng hai điểm đối称 trên đường tròn lượng giác xác định các cung lượng giác α và $\alpha + k\pi$ có tang bằng nhau và cötang bằng nhau.

III – QUAN HỆ GIỮA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

- Các hằng đẳng thức lượng giác cơ bản đều suy ra từ hằng đẳng thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, do đó học sinh có thể thực hiện dễ dàng hoạt động **5**. Chú ý điều kiện trong hằng đẳng thức cuối $\tan \alpha \cot \alpha = 1$ là $\alpha \neq k\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$. Điều kiện này tương đương với hai điều kiện $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + m\pi$ và $\alpha \neq m\pi$, $m \in \mathbb{Z}$, do đó bảo đảm $\tan \alpha$ và $\cot \alpha$ đều có nghĩa. Vì SGK phải nêu các công thức đóng khung để học sinh được phép dùng sau này nên hoạt động **5** được đặt sau khi nêu công thức, tuy nhiên khi giảng dạy, giáo viên có thể cho tiến hành hoạt động trước để học sinh tự khám phá các công thức này.
- Các ví dụ áp dụng ở đây nhằm luyện tập cho học sinh sử dụng thành thạo các công thức lượng giác cơ bản đồng thời chú ý đến xét dấu các giá trị lượng giác tương ứng. Các ví dụ thuộc hai loại khác nhau : tính toán, chứng minh hằng đẳng thức. Đối với chương trình GDTHPT môn Toán lớp 10, do yêu cầu giảm tải nên không đưa ví dụ thuộc loại thứ ba là rút gọn để xác định một biểu thức không phụ thuộc α .

C – HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

- a) Có, vì $-1 < -0,7 < 1$; b) Không, vì $\frac{4}{3} > 1$;
c) Không, vì $-\sqrt{2} < -1$; d) Không, vì $\frac{\sqrt{5}}{2} > 1$.
- a) Không, vì không thoả mãn hằng đẳng thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.
b) Có, vì $\left(-\frac{4}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1$;
c) Không.

3. Với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì

a) $\sin(\alpha - \pi) < 0$ vì điểm cuối của cung $\alpha - \pi$ thuộc cung phần tư thứ III trên đường tròn lượng giác.

b) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0$ vì điểm cuối của cung $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ thuộc cung phần tư thứ III.

c) $\tan(\alpha + \pi) > 0$.

d) $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$.

4. a) Nếu $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì $\sin \alpha > 0$.

$$\text{Từ hệ thức } \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{169} = \frac{153}{169}$$

$$\text{ta suy ra } \sin \alpha = \frac{3\sqrt{17}}{13}, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3\sqrt{17}}{4}, \cot \alpha = \frac{4}{3\sqrt{17}}.$$

b) Nếu $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ thì $\cos \alpha < 0$. Ta có

$$\cos^2 \alpha = 1 - 0,49 = 0,51 \Rightarrow \cos \alpha \approx -0,71 \text{ (làm tròn)}$$

$$\tan \alpha \approx 0,99, \cot \alpha \approx 1,01.$$

c) Nếu $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$.

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{49}{274} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{7}{\sqrt{274}}$$

$$\sin \alpha = \frac{15}{\sqrt{274}}, \cot \alpha = -\frac{7}{15}.$$

d) $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$.

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{1}{10} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}, \quad \tan \alpha = -\frac{1}{3}.$$

5. a) $\alpha = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$; b) $\alpha = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$;
c) $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$; d) $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$;
e) $\alpha = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$; f) $\alpha = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.