§2 PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT, BẬC HAI (3 tiết)

A – MỤC TIÊU

Ôn tập các kiến thức đã học ở lớp 9 về phương trình bậc nhất, bậc hai và cung cấp cho học sinh cách giải hai loại phương trình quy về bậc nhất, bậc hai là phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối và phương trình chứa ẩn dưới dấu căn thức bậc hai.

Giải được các phương trình không quá khó thuộc các loại nói trên.

B – NỘI DUNG

I – ÔN TẬP VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT, BẬC HAI

1. Cách giải và biện luận phương trình dạng $ax + b = 0$ được tóm tắt trong một bảng.

Chú ý rằng khái niệm "Phương trình bậc nhất một ẩn" chỉ dành cho trường hợp $a \neq 0$.

Hoạt động **1** nhằm ôn tập cách giải và biện luận phương trình tổng quát $ax + b = 0$.

Việc giải và biện luận phương trình dạng $ax + b = 0$ là một yêu cầu quan trọng nhằm bồi dưỡng óc suy luận cho học sinh.

Đối với những học sinh khá, có thể thay hoạt động **1** bởi một ví dụ phức tạp hơn một chút, chẳng hạn

Giải và biện luận phương trình sau theo giá trị của tham số m

$$m^2x + 2m^2 = 4(x + m). \qquad (1)$$

Giải. Ta có

$$\begin{aligned}(1) \quad &\Leftrightarrow (m^2 - 4)x = 4m - 2m^2\\ &\Leftrightarrow (m - 2)(m + 2)x = 2m(2 - m).\end{aligned}$$

Nếu $m \neq 2$ và $m \neq -2$: Tập nghiệm là $T = \left\{\dfrac{-2m}{m+2}\right\}$.

Nếu $m = 2$: Tập nghiệm là $T =$ □ .

Nếu $m = -2$: Tập nghiệm là $T = \varnothing$.

2. Nội dung ôn tập phương trình bậc hai bao gồm

Công thức nghiệm của phương trình bậc hai.

Định lí Vi-ét thuận và đảo.

Chú ý rằng định lí Vi-ét đảo ở đây được phát biểu gọn

"*Nếu hai số u và v có tổng là S và tích là P thì chúng là nghiệm của phương trình* $x^2 - Sx + P = 0$".

Như vậy, vấn đề tồn tại nghiệm của phương trình cuối không đặt ra, vì đã có các số u và v rồi.

3. Hoạt động **2**, **3** nhằm ôn tập cả cách giải phương trình bậc hai và định lí Vi-ét.

Như vậy trong nội dung ôn tập phương trình bậc hai không nêu phương trình trùng phương (vì đây là phương trình quy về phương trình bậc hai) và vấn đề giải toán bằng cách lập phương trình. Tuy nhiên nhằm rèn luyện kĩ năng cho học sinh chúng tôi có ra bài tập về các nội dung đó. Trước khi chữa bài tập, giáo viên yêu cầu học sinh phát biểu phương pháp giải.

II – PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT, BẬC HAI

Có nhiều phương trình khi giải có thể quy về việc giải phương trình bậc nhất hoặc bậc hai như phương trình chứa ẩn ở mẫu thức, phương trình trùng phương, phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối, phương trình chứa ẩn dưới dấu căn,... .

Chương trình THCS đã giới thiệu hai loại phương trình đầu, vì vậy SGK Đại số 10 theo chương trình GDTHPT môn Toán giới thiệu thêm hai loại sau, viết gọn là phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối và phương trình chứa ẩn dưới dấu căn.

Thực ra, không nhất thiết chỉ phương trình chứa ẩn dưới dấu căn thức bậc hai mới quy được về phương trình bậc hai. Chẳng hạn học sinh lớp 9 đã học căn bậc ba thì phương trình sau cũng có thể quy về phương trình bậc hai

$$\sqrt[3]{x^3 + x^2 + 3} = x + 1.$$

Tuy nhiên đối với chương trình GDTHPT môn Toán lớp 10, SGK chỉ nêu ví dụ và bài tập đối với những phương trình chứa ẩn dưới dấu căn thức bậc hai dạng đơn giản.

1. Đối với phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối, phương pháp giải là khử dấu giá trị tuyệt đối để đưa về một phương trình bậc nhất hoặc một phương trình bậc hai.

Có hai cách khử dấu giá trị tuyệt đối. Đó là dùng định nghĩa của giá trị tuyệt đối hoặc bình phương hai vế. Tuy nhiên việc bình phương hai vế có thể dẫn đến việc giải một phương trình bậc cao, như trong ví dụ sau

Ví dụ. Giải phương trình

$$|x + 2| = x^2 + 1.$$

Nếu bình phương hai vế, ta dẫn tới phương trình bậc bốn

$$x^4 + x^2 - 4x - 3 = 0.$$

Trong khi đó nếu dùng định nghĩa của trị tuyệt đối ta quy về việc giải phương trình bậc hai và được hai nghiệm $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Phương trình trong ví dụ 1, SGK là một phương trình đơn giản. Có thể dùng cả hai cách để giải, mỗi cách có ưu điểm riêng. Nếu dùng định nghĩa của giá trị tuyệt đối, ta chỉ cần kiểm tra điều kiện. Còn nếu bình phương hai vế ta đi tới phương trình hệ quả và cuối cùng phải thử lại vào phương trình đầu để kiểm tra. Chú ý rằng nếu dùng phép biến đổi tương đương, mỗi lần bình phương hai vế ta phải đặt điều kiện không âm cho hai vế. Tuy nhiên cách làm này phức tạp nên SGK không giới thiệu.

2. Như trên đã nêu, nhiều phương trình chứa ẩn dưới dấu căn thức khi giải có thể quy về phương trình bậc hai (hoặc phương trình bậc nhất). Để đơn giản, SGK chỉ nêu ví dụ về phương trình chứa ẩn dưới dấu căn thức bậc hai.

Cách giải loại phương trình này là bình phương hai vế để đưa về một phương trình bậc hai hoặc bậc nhất, tính nghiệm rồi thử vào phương trình ban đầu để loại nghiệm ngoại lai.

C – HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SGK

Bài tập của tiết này gồm hai phần : các bài tập dành cho phần ôn và các bài tập cho nội dung mới.

Các bài tập ôn gồm 4 bài từ số 1 đến số 4 theo các chủ đề giải và biện luận phương trình bậc nhất, giải bài toán bằng cách lập phương trình và phương trình trùng phương. Tuỳ theo tình hình thực tế của lớp, giáo viên có thể yêu cầu làm một số trong các bài này để ôn tập lại các kĩ năng giải toán. Bài tập số 5 rèn luyện cho học sinh sử dụng máy tính bỏ túi để giải các phương trình bậc hai. Hai bài tập 6 và 7 ứng với hai dạng mới là phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối và phương trình chứa ẩn dưới dấu căn thức. Chú ý rằng các tam thức bậc hai trong câu c) và d) của bài tập 7 luôn luôn dương.

1. *Đáp số :* a) $x = -\dfrac{23}{16}$;   b) Vô nghiệm ;

c) $x = \dfrac{14}{3}$;   d) $x = -\dfrac{1}{2}$.

2. a) $(m-3)x = 2m+1$.

Nếu $m \neq 3$: Nghiệm là $x = \dfrac{2m+1}{m-3}$.

Nếu $m = 3$: Phương trình vô nghiệm.

b) $(m^2 - 4)x = 3m - 6 \Rightarrow (m-2)(m+2)x = 3(m-2)$.

Nếu $m \neq 2$ và $m \neq -2$: Nghiệm là $x = \dfrac{3}{m+2}$.

Nếu $m = 2$: Mọi x thuộc □ đều là nghiệm.

Nếu $m = -2$: Phương trình vô nghiệm.

c) $(2m - 2)x = 2m - 2$.

Nếu $m \neq 1$: Nghiệm là $x = 1$

Nếu $m = 1$: Mọi x thuộc $\mathbb{R}$ đều là nghiệm.

3. Gọi x là số quýt ở mỗi rổ. Điều kiện là x nguyên và lớn hơn 30. Ta có phương trình

$$x + 30 = \frac{1}{3}(x - 30)^2 \Leftrightarrow x^2 - 63x + 810 = 0.$$

Phương trình có hai nghiệm $x_1 = 45,\ x_2 = 18$. Chỉ có giá trị $x_1 = 45$ thoả mãn điều kiện bài toán. Vậy số quýt ở mỗi rổ lúc đầu là 45 quả.

4. *Đáp số*

a) $x_1 = 1,\ x_2 = -1,\ x_3 = \dfrac{\sqrt{10}}{2},\ x_4 = -\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

b) $x_1 = \dfrac{1}{\sqrt{3}},\ x_2 = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

5. b) $x_1 \approx -0{,}387$; $x_2 \approx 1{,}721$;

c) $x_1 = -1$; $x_2 \approx -1{,}333$;

d) $x_1 \approx 1{,}079$; $x_2 \approx -0{,}412$.

6. *Đáp số*

a) $x = -\dfrac{1}{5}$; $x = 5$.

b) $x_1 = -1$; $x_2 = -\dfrac{1}{7}$.

c) Điều kiện : $x \neq \dfrac{3}{2}$ và $x \neq -1$.

Nếu $x > -1$ phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$x^2 - 1 = -6x^2 + 11x - 3 \Leftrightarrow 7x^2 - 11x + 2 = 0.$$

Phương trình cuối có hai nghiệm $x_{1,2} = \dfrac{11 \pm \sqrt{65}}{14}$ đều lớn hơn -1 và khác $\dfrac{3}{2}$ nên là nghiệm của phương trình đã cho.

Nếu $x < -1$ phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$1 - x^2 = -6x^2 + 11x - 3 \Leftrightarrow 5x^2 - 11x + 4 = 0.$$

Phương trình cuối có hai nghiệm $x_{3,4} = \dfrac{11 \pm \sqrt{41}}{10}$ đều lớn hơn -1 nên bị loại.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x_{1,2} = \dfrac{11 \pm \sqrt{65}}{14}$.

d) Phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1,\ x_2 = -6$.

7. a) Điều kiện : $x \geq -\dfrac{6}{5}$.

Bình phương hai vế phương trình đã cho ta được phương trình hệ quả

$$5x + 6 = x^2 - 12x + 36 \Rightarrow x^2 - 17x + 30 = 0.$$

Phương trình cuối có hai nghiệm $x_1 = 15,\ x_2 = 2$ đều thoả mãn điều kiện. Thay vào phương trình đã cho, chỉ có giá trị $x = 15$ cho ta giá trị của hai vế bằng nhau. Giá trị $x_2 = 2$ bị loại.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x = 15$.

b) Điều kiện : $-2 \leq x \leq 3$.

Bình phương hai vế phương trình đã cho ta được phương trình hệ quả $\sqrt{x+2} = -x$.

Bình phương hai vế phương trình vừa nhận được ta được phương trình hệ quả $x^2 - x - 2 = 0$.

Phương trình cuối có hai nghiệm $x_1 = -1,\ x_2 = 2$ cùng thoả mãn điều kiện nhưng khi thay vào phương trình đã cho thì giá trị $x_2 = 2$ bị loại.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = -1$.

c) Phương trình có hai nghiệm $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3}$.

d) Phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Chú ý. Biểu thức dưới căn bậc hai của câu d) $4x^2 + 2x + 10$ luôn luôn dương với mọi x, vì $4x^2 + 2x + 10 = \left(2x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{39}{4}$.

8. *Đáp số :*

$m = 7 \Rightarrow x_1 = 4$; $x_2 = \frac{4}{3}$.

$m = 3 \Rightarrow x_1 = 2$; $x_2 = \frac{2}{3}$.