

KIỂM TRA CUỐI NĂM (1 tiết)

Gợi ý đề kiểm tra cuối năm

ĐỀ SỐ 1 (60 phút)

Câu 1 (3,5 điểm)

Cho hàm số

$$y = f(x) = mx^2 - (m + 1)x + 2m - 1.$$

1. Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 1$.
2. Xác định m để hàm số luôn luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 2 (2,5 điểm)

1. Tính các cạnh của một miếng đất hình chữ nhật biết diện tích là 63 m^2 và chu vi là 32 m .
2. Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 3x + y - z = 5 \\ 2y + 5z = 1 \\ (z - 1)^2 + 3 = z^2 - 3(z - 1). \end{cases}$$

Câu 3 (2,5 điểm)

1. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{2}(\cos x + \sqrt{3} \sin x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right).$$

2. Tính $\tan\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ biết rằng $\tan x = a$.

Câu 4 (1,5 điểm)

Cho hai bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp (Bảng 22, Bảng 23) :

Khối lượng của nhóm cà chua thứ 1 (hái ở thửa ruộng thứ 1)

Lớp khối lượng C (gam)	Tần số	Tần suất (%)
[45 ; 55)	18	12,5
[55 ; 65)	25	17,4
[65 ; 75)	45	31,2
[75 ; 85)	36	25,0
[85 ; 95]	20	13,9
Cộng	144	100(%)

Bảng 22

Khối lượng của nhóm cà chua thứ 2 (hái ở thửa ruộng thứ 2)

Lớp khối lượng (gam)	Tần số	Tần suất (%)
[55 ; 65)	8	19,5
[65 ; 75)	12	29,3
[75 ; 85)	16	39,0
[85 ; 95]	5	12,2
Cộng	41	100(%)

Bảng 23

1. Tính khối lượng trung bình, phương sai của các số liệu thống kê theo từng nhóm cà chua đã cho.
2. So sánh khối lượng của hai nhóm cà chua đã cho.

Đáp án

Câu 1

1. Khi $m = 1$ ta có

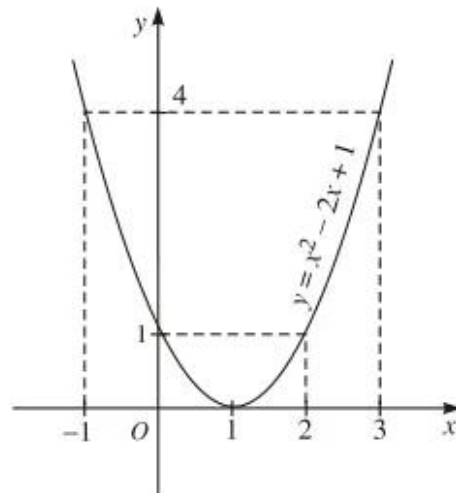
$$y = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2.$$

Đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x + 1$ như hình 30.

2. Với $m = 0$ thì $f(x) = -x - 1$ không dương với mọi x .

Với $m \neq 0$ thì $f(x)$ luôn luôn dương nếu

$$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -7m^2 + 6m + 1 < 0. \end{cases}$$



Hình 30

Tam thức $g(m) = -7m^2 + 6m + 1 < 0$

$$\text{khi } \begin{cases} m < -\frac{1}{7} \\ m > 1. \end{cases}$$

Ta có điều kiện để $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ là $m > 1$.

Câu 2

1. Gọi x là chiều rộng, y là chiều dài ($x > 0, y > 0$) thì giải ra ta được $x = 7, y = 9$.

2. Hệ đã cho tương đương với hệ
$$\begin{cases} 3x + y - z = 5 \\ 2y + 5z = 1 \\ z = -1. \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = \frac{1}{3}, y = 3, z = -1$.

Câu 3

1. Ta có

$$\frac{1}{2}(\cos x + \sqrt{3} \sin x) = \cos \frac{\pi}{3} \cos x + \sin \frac{\pi}{3} \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right).$$

2. Ta có

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = \frac{1 - \tan 2x}{1 + \tan 2x} = \frac{1 - a^2 - 2a}{1 - a^2 + 2a}.$$

Câu 4

1. Đáp số: $\bar{x} \approx 71\text{g}; s_x^2 \approx 144;$

$$\bar{y} \approx 71\text{g}; s_y^2 \approx 100.$$

2. Hai nhóm cà chua đã cho có khối lượng bằng nhau (vì $\bar{x} = \bar{y}$), nhưng nhóm cà chua thứ hai có khối lượng đồng đều hơn (vì $s_y^2 < s_x^2$).

ĐỀ SỐ 2 (60 phút)

Câu 1 (2,5 điểm)

Giải các hệ phương trình sau

a)
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 9 \\ 3y + 2z = 1 \\ 3y + 4z = 5; \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 2 \\ xy = 27. \end{cases}$$

Câu 2 (4 điểm)

1. Tìm các giá trị của m sao cho bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$y = f(x) = (m - 1)x^2 - (m + 1)x + m + 1 < 0.$$

2. Giải bất phương trình trên khi $m = 0$.

3. Cho các mệnh đề $A : "f(x) = 0$ vô nghiệm",

$B : "f(x) = 0$ có nghiệm kép".

Hãy xác định mệnh đề \bar{A}, \bar{B} .

Câu 3 (1 điểm)

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} |x - 1| + y = 0 \\ 2x - y = 1. \end{cases}$$

Trong các câu sau, câu nào là đúng

(A) : $(2 ; -5)$ là nghiệm của hệ ;

(B) : Hệ vô nghiệm ;

(C) : $(3 ; 0)$ là nghiệm của hệ ;

(D) : $(0 ; -1)$ là nghiệm của hệ.

Câu 4 (2,5 điểm)

1. Chứng minh

$$P = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1.$$

2. Rút gọn

$$Q = \sin^2 a \left(1 + \frac{1}{\sin a} + \cot a \right) \left(1 - \frac{1}{\sin a} + \cot a \right).$$

Đáp án**Câu 1**

$$\text{a) } \begin{cases} x - 2y + 3z = 9 \\ 3y + 2z = 1 \\ 3y + 4z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 3z = 9 \\ 3y + 2z = 1 \\ 2z = 4. \end{cases}$$

Nghiệm của hệ là $(1 ; -1 ; 2)$.

$$\text{b) } \begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 2 \\ xy = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 2 \\ \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y} = 3. \end{cases}$$

Đặt $u = \sqrt[3]{x}$, $v = -\sqrt[3]{y}$.

Giải hệ $\begin{cases} u + v = 2 \\ uv = -3 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} u = -1 \\ v = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -27. \end{cases}$

Câu 2

1. Khi $m = 1$, bất phương trình trở thành $-2x + 2 < 0$, không thể nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Bất phương trình nghiệm đúng với mọi x nếu

$$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 < 0 \\ (m + 1)^2 - 4(m^2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m < -1 \text{ hoặc } m > \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m < -1. \end{cases}$$

Vậy với mọi $m < -1$, bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

2. Khi $m = 0$ ta có bất phương trình

$$-x^2 - x + 1 < 0.$$

Tam thức $-x^2 - x + 1$ có hai nghiệm là $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ và $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$.

3. \bar{A} : " $f(x) = 0$ có nghiệm"

\bar{B} : " $f(x) = 0$ vô nghiệm hoặc có hai nghiệm phân biệt".

Câu 3. Câu (D).

Câu 4

1. Ta có

$$\begin{aligned} P &= (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x) + 3 \sin^2 x \cos^2 x \\ &= [(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3 \sin^2 x \cos^2 x] + 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1. \end{aligned}$$

2. Ta có

$$\begin{aligned} Q &= \sin^2 a \left(1 + \cot a + \frac{1}{\sin a}\right) \left(1 + \cot a - \frac{1}{\sin a}\right) \\ &= \sin^2 a \left(\frac{(\cos a + \sin a)^2}{\sin^2 a} - \frac{1}{\sin^2 a}\right) \\ &= 1 + 2 \sin a \cos a - 1 = \sin 2a \\ &\quad (\text{trong tập xác định của } Q). \end{aligned}$$