HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

§1. ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

2.1. (h.2.20) a) Nhận xét :

Do giả thiết cho IJ không song song với CD và chúng cùng nằm trong mặt phẳng (BCD) nên khi kéo dài chúng gặp nhau tại một điểm.

Gọi $K = IJ \cap CD$.

Ta có : M là điểm chung thứ nhất của (ACD) và (IJM) ;

$$\begin{cases} K \in IJ \\ IJ \subset (MIJ) \end{cases} \Rightarrow K \in (MIJ) \qquad \text{và} \qquad \begin{cases} K \in CD \\ CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow K \in (ACD).$$

Vậy $(MIJ) \cap (ACD) = MK$.

b) Với $L = JN \cap AB$, ta có :

$$\begin{cases} L \in JN \\ JN \subset (MNJ) \end{cases} \Rightarrow L \in (MNJ)$$

$$\begin{cases} L \in AB \\ AB \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow L \in (ABC).$$

Như vậy L là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (MNJ) và (ABC).

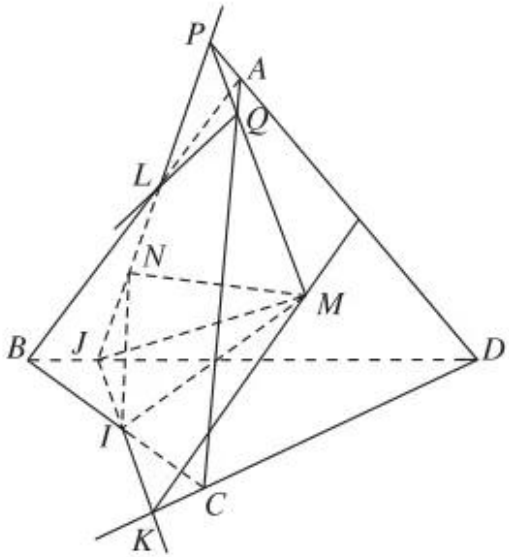
Gọi $P = JL \cap AD$, $Q = PM \cap AC$.

Ta có : $\begin{cases} Q \in PM \\ PM \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q \in (MNJ)$

và $\begin{cases} Q \in AC \\ AC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow Q \in (ABC)$

nên Q là điểm chung thứ hai của (MNJ) và (ABC).

Vậy $LQ = (ABC) \cap (MNJ)$.



Hình 2.20

2.2. (h.2.21) a) Ta có ngay S, M là hai điểm chung của (SBM) và (SCD) nên $(SBM) \cap (SCD) = SM$.

b) M là điểm chung thứ nhất của (AMB) và (SCD).

Gọi $I = AB \cap CD$.

Ta có : $I \in AB \Rightarrow I \in (ABM)$.

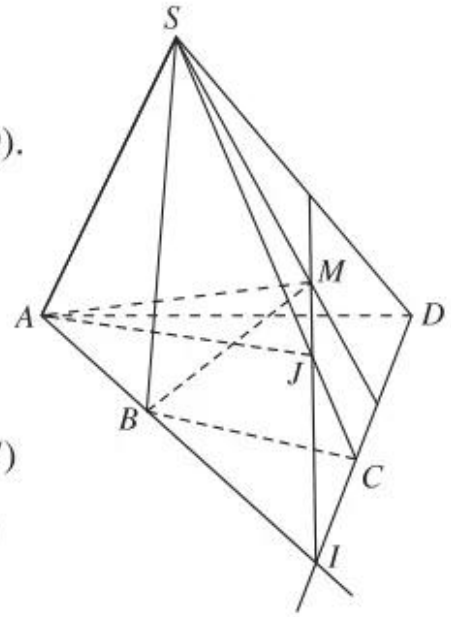
Mặt khác $I \in CD \Rightarrow I \in (SCD)$

nên $(ABM) \cap (SCD) = IM$.

c) Gọi $J = IM \cap SC$. Ta có : $J \in SC \Rightarrow J \in (SAC)$

và $J \in IM \Rightarrow J \in (ABM)$. Hiển nhiên $A \in (SAC)$

và $A \in (ABM)$, vậy $(SAC) \cap (ABM) = AJ$.



Hình 2.21

2.3. (h.2.22) a) Gọi $N = DK \cap AC$; $M = DJ \cap BC$.

Ta có $(DJK) \cap (ABC) = MN \Rightarrow MN \subset (ABC)$.

Vì $L = (ABC) \cap JK$ nên dễ thấy $L = JK \cap MN$.

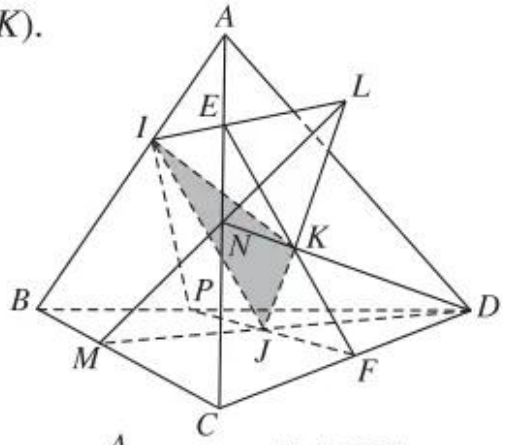
b) Ta có I là một điểm chung của (ABC) và (IJK).

Mặt khác vì $L = MN \cap JK$ mà $MN \subset (ABC)$ và $JK \subset (IJK)$ nên L là điểm chung thứ hai của (ABC) và (IJK), suy ra $(IJK) \cap (ABC) = IL$.

Gọi $E = IL \cap AC$; $F = EK \cap CD$. Lí luận tương tự ta có $EF = (IJK) \cap (ACD)$. Nối FJ cắt BD tại P ; P là một giao điểm (IJK) và (BCD).

Ta có $PF = (IJK) \cap (BCD)$

và $IP = (ABD) \cap (IJK)$.



Hình 2.22

2.4. ***Nhận xét.*** Trên hình vẽ 2.23 không có sẵn đường thẳng nào của mặt phẳng (MNK) cắt AD. Ta xét mặt phẳng chứa AD chẳng hạn (ACD) rồi tìm giao tuyến Δ của (ACD) với (MNK). Sau đó tìm giao điểm I của Δ và AD, I chính là giao điểm phải tìm.

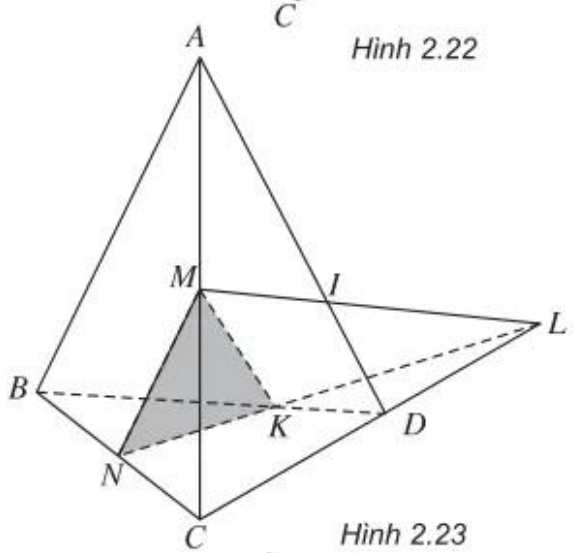
Gọi $L = NK \cap CD$.

Ta có $L \in NK \Rightarrow L \in (MNK)$

$L \in CD \Rightarrow L \in (ACD)$

nên $ML = (ACD) \cap (MNK) = \Delta$.

$\Delta \cap AD = I \Rightarrow I = (MNK) \cap AD$.



Hình 2.23

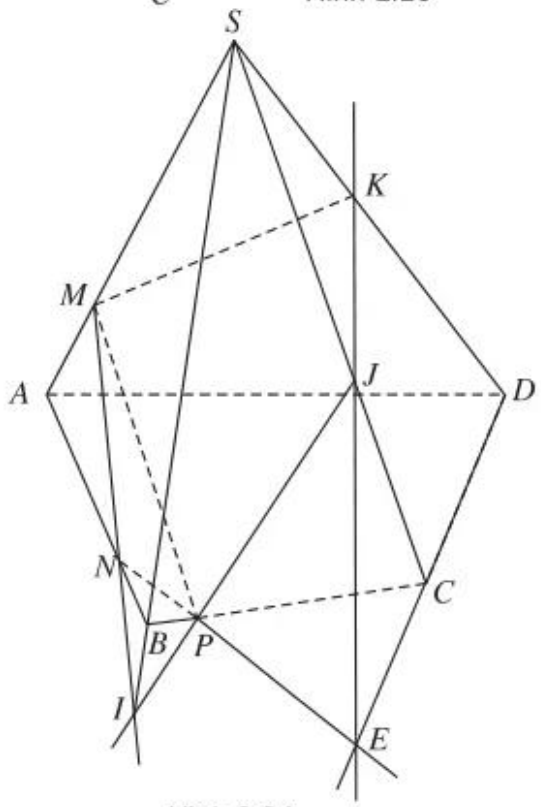
2.5. (h.2.24) Ta lần lượt tìm giao điểm của mặt phẳng (MNP) với các đường thẳng chứa các cạnh của hình chóp.

Gọi $I = MN \cap SB$.

Ta có $\begin{cases} I \in MN \\ MN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow I \in (MNP)$.

Vậy $I = SB \cap (MNP)$.

Từ đó, làm tương tự ta tìm được giao điểm của (MNP) với các cạnh còn lại. Cụ thể :



Hình 2.24

Gọi $J = IP \cap SC$, ta có $J = SC \cap (MNP)$.

Gọi $E = NP \cap CD$, ta có $E = CD \cap (MNP)$.

Gọi $K = JE \cap SD$, ta có $K = SD \cap (MNP)$.

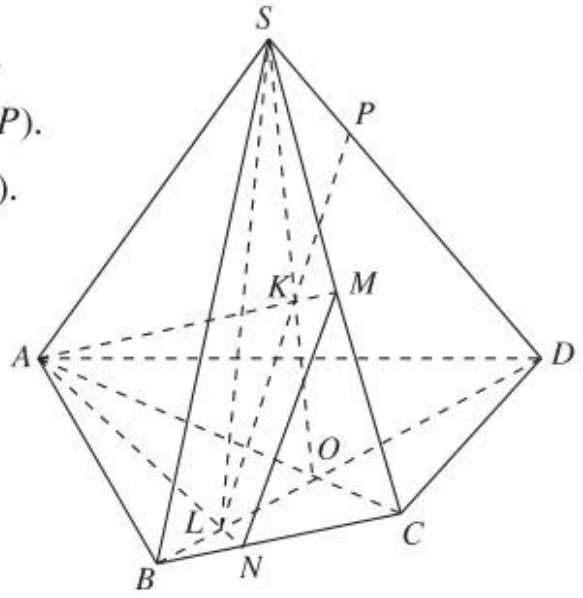
2.6. (h.2.25) Gọi $O = AC \cap BD$;

$K = SO \cap AM$;

$L = BD \cap AN$;

$P = KL \cap SD$.

Ta có $P = SD \cap (AMN)$.



Hình 2.25

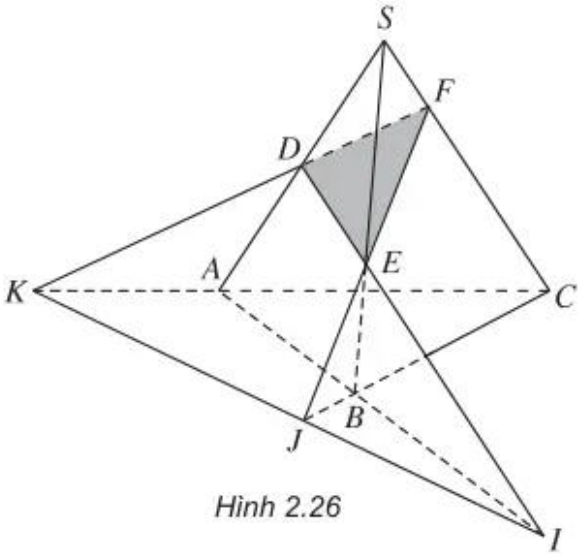
Nhận xét. Trong cách giải trên, ta lấy (SBD) là mặt phẳng chứa SD, rồi tìm giao tuyến của (SBD) với (AMN). Từ đó tìm giao điểm của giao tuyến này và SD.

2.7. (h.2.26) Ta có $I = DE \cap AB$

$DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$

$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC)$.

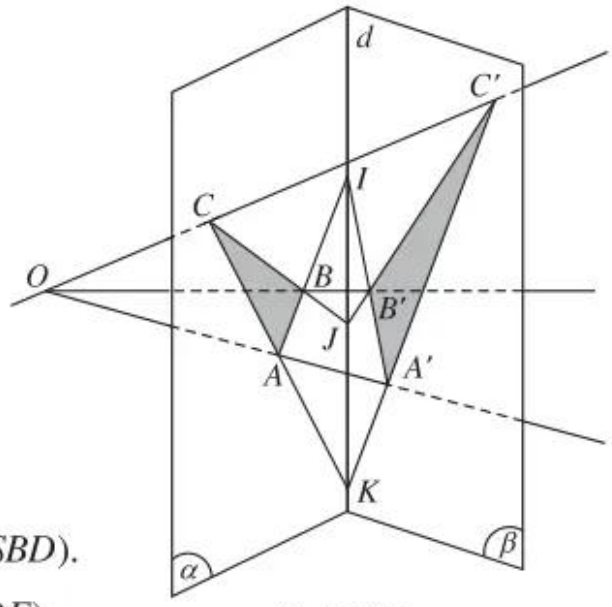
Lí luận tương tự thì J, K cũng lần lượt thuộc về hai mặt phẳng trên nên I, J, K thuộc về giao tuyến của (ABC) và (DEF) nên I, J, K thẳng hàng.



Hình 2.26

2.8. (h.2.27) a) I, A', B' là ba điểm chung của hai mặt phẳng (OAB) và (β) nên chúng thẳng hàng.

b) I, J, K là ba điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ nên chúng thẳng hàng.



Hình 2.27

2.9.

a) S, I, J, G là điểm chung của (SAE) và (SBD).

b) S, K, L là điểm chung của (SAB) và (SDE).