

§3. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG

A. CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) ta có ba vị trí tương đối như sau :

1. d và (α) cắt nhau tại M , kí hiệu $d \cap (\alpha) = \{M\}$;
2. d song song với (α) , kí hiệu $d // (\alpha)$ hay $(\alpha) // d$;
3. d nằm trong (α) , kí hiệu $d \subset (\alpha)$.

II. ĐỊNH LÝ VÀ TÍNH CHẤT

1. Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (α) thì d song song với (α) .

$$\begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ d \parallel d' \\ d' \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d \parallel (\alpha).$$

2. Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa d và cắt (α) theo giao tuyến d' thì d' song song với d .

$$\begin{cases} d \parallel (\alpha) \\ (\beta) \supset d \\ (\beta) \cap (\alpha) = d' \end{cases} \Rightarrow d \parallel d'.$$

3. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel d \\ (\beta) \parallel d \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases} \Rightarrow d \parallel d'.$$

4. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

B. DẠNG TOÁN CƠ BẢN



VẤN ĐỀ 1

Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

1. Phương pháp giải

- Ta chứng minh đường thẳng đó song song với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng.
- Ta chứng minh đường thẳng đã cho nằm trong một mặt phẳng khác song song với mặt phẳng đã cho.

2. Ví dụ

Ví dụ. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh rằng $MG \parallel (ACD)$.

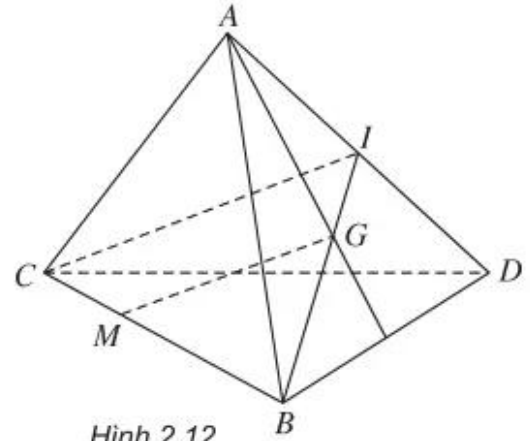
Giải

Gọi I là trung điểm AD (h.2.12).

Trong tam giác CBI ta có

$$\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BI} = \frac{2}{3} \text{ nên } MG \parallel CI.$$

Mà CI nằm trong mặt phẳng (ACD) suy ra $MG \parallel (ACD)$.



Hình 2.12



VẤN ĐỀ 2

Dựng thiết diện song song với một đường thẳng

1. Phương pháp giải

Ta có thể dùng định lí sau :

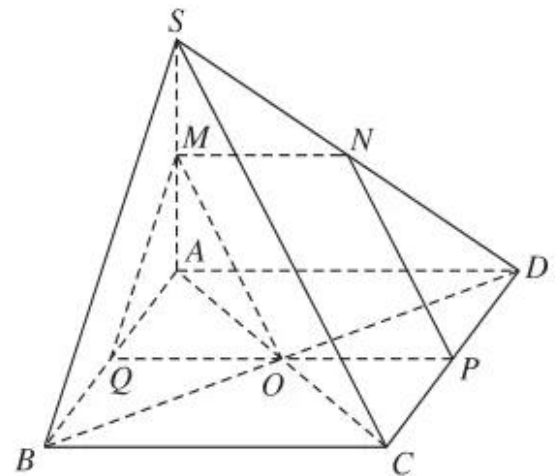
Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa d và cắt (α) theo giao tuyến d' thì d' song song với d .

2. Ví dụ

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$, O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm của SA . Tìm thiết diện của mặt phẳng (α) với hình chóp $S.ABCD$ nếu (α) qua M và đồng thời song song với SC và AD .

Giải

Vì (α) song song với AD nên (α) cắt hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ theo hai giao tuyến song song với AD (h.2.13).



Hình 2.13

Tương tự (α) song song với SC nên (α) cắt hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) theo các giao tuyến song song với SC .

Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $SC \parallel MO$ (đường trung bình trong tam giác SAC). Qua O kẻ đường thẳng song song với AD , cắt AB và CD tại Q và P . Qua M , kẻ đường thẳng song song với AD cắt SD tại N .

Theo nhận xét trên, ta có $MN \parallel PQ$ và $NP \parallel SC$.

Vậy thiết diện là hình thang $MNPQ$.

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

- 2.16.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ACD và BCD . Chứng minh rằng G_1G_2 song song với các mặt phẳng (ABC) và (ABD) .
- 2.17.** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Gọi O là giao điểm của AC và BD , O' là giao điểm của AE và BF .
- Chứng minh rằng OO' song song với hai mặt phẳng (ADF) và (BCE) .
 - Gọi M và N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD và ABE . Chứng minh rằng $MN \parallel (CEF)$.
- 2.18.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và I là trung điểm của AB . Lấy điểm M trong đoạn AD sao cho $AD = 3AM$.
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .
 - Đường thẳng qua M và song song với AB cắt CI tại N . Chứng minh rằng $NG \parallel (SCD)$.
 - Chứng minh rằng $MG \parallel (SCD)$.
- 2.19.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, đáy lớn là AD và $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , G là trọng tâm của tam giác SCD .
- Chứng minh rằng $OG \parallel (SBC)$.
 - Cho M là trung điểm của SD . Chứng minh rằng $CM \parallel (SAB)$.
 - Giả sử điểm I nằm trong đoạn SC sao cho $SC = \frac{3}{2}SI$. Chứng minh rằng $SA \parallel (BID)$.
- 2.20.** Cho tứ diện $ABCD$. Qua điểm M nằm trên AC ta dựng một mặt phẳng (α) song song với AB và CD . Mặt phẳng này lần lượt cắt các cạnh BC , BD và AD tại N , P và Q .
- Tứ giác $MNPQ$ là hình gì ?

b) Gọi O là giao điểm hai đường chéo của tứ giác $MNPQ$. Tìm tập hợp các điểm O khi M di động trên đoạn AC .

2.21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. M là một điểm di động trên đoạn AB . Một mặt phẳng (α) đi qua M và song song với SA và BC ; (α) cắt SB , SC và CD lần lượt tại N , P và Q .

a) Tứ giác $MNPQ$ là hình gì ?

b) Gọi I là giao điểm của MN và PQ . Chứng minh rằng I nằm trên một đường thẳng cố định.