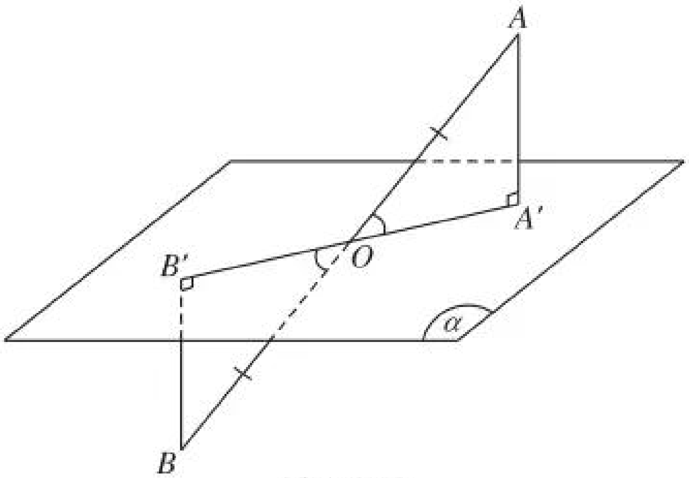
§3. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG

3.16. (h.3.58) $\begin{cases} AA' \perp (\alpha) \\ BB' \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow AA' \,//\, BB'.$

Mặt phẳng (AA', BB') xác định bởi hai đường thẳng song song AA', BB' cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến qua O, A', B'. Do đó ba điểm O, A', B' thẳng hàng.

Hai tam giác vuông OAA' và OBB' bằng nhau vì có một cạnh huyền và một góc nhọn bằng nhau nên từ đó ta suy ra $AA' = BB'$.



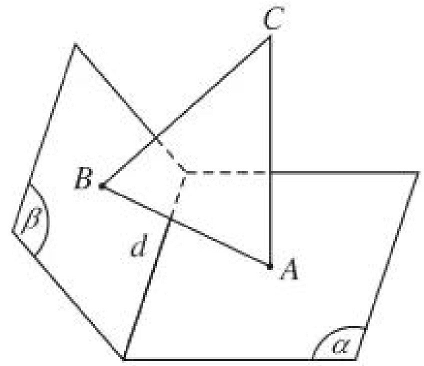
Hình 3.58

3.17. (h.3.59) Hai mặt phẳng (α) và (β) không thể trùng nhau vì nếu chúng trùng nhau thì từ một điểm C ta dựng được hai đường thẳng CA, CB cùng vuông góc với một mặt phẳng, điều đó là vô lí.

Mặt khác (α) và (β) cũng không song song với nhau.

Vì nếu $(\alpha) \mathbin{//} (\beta)$, thì từ $CB \perp (\beta)$ ta suy ra $CB \perp (\alpha)$.

Như vậy từ một điểm C ta dựng được hai đường thẳng CA, CB cùng vuông góc với (α), điều đó là vô lí.



Hình 3.59

Vậy (α) và (β) là hai mặt phẳng không trùng nhau, không song song với nhau và chúng phải cắt nhau theo giao tuyến d, nghĩa là $d = (\alpha) \cap (\beta)$.

$$\begin{cases} d \subset (\alpha) \\ CA \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow CA \perp d \qquad (1)$$

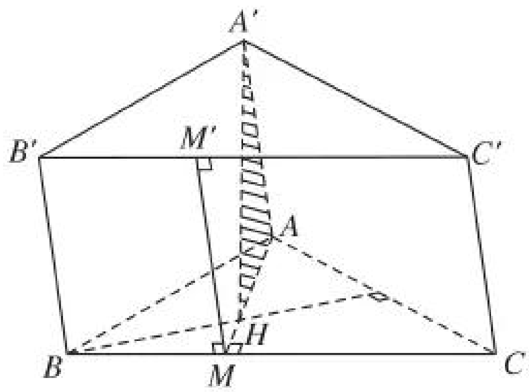
$$\begin{cases} d \subset (\beta) \\ CB \perp (\beta) \end{cases} \Rightarrow CB \perp d \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $d \perp (ABC)$

3.18. (h.3.60) a) $BC \perp AH$ và $BC \perp A'H$ vì $A'H \perp (ABC)$

$\Rightarrow BC \perp (A'HA) \Rightarrow BC \perp AA'$

và $B'C' \perp AA'$ vì $BC \mathbin{//} B'C'$.

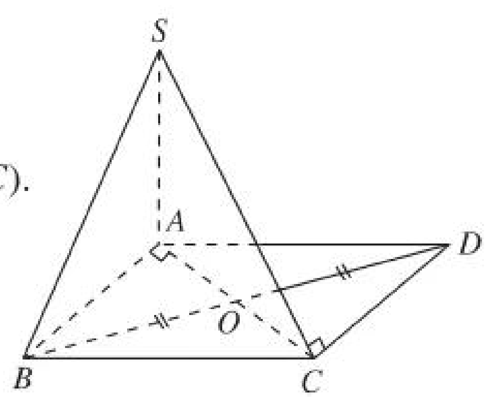


Hình 3.60

b) Ta có $AA' \mathbin{//} BB' \mathbin{//} CC'$ mà $BC \perp AA'$ nên tứ giác $BCC'B'$ là hình chữ nhật. Vì $AA' \mathbin{//} (BCC'B')$ nên $AA' \mathbin{//} MM'$ và vì $AA' \perp BC$ nên ta suy ra $MM' \perp BC$ và $MM' \perp B'C'$ hay MM' là đường cao của hình chữ nhật $BCC'B'$.

3.19. (h.3.61) Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp DC \subset (ABC)$.

Vì AC và BD cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đoạn nên tứ giác $ABCD$ là hình bình hành và ta có $AB \mathbin{//} DC$. Vì $AB \perp AC$ nên $CD \perp CA$. Mặt khác ta có $CD \perp SA$, do đó $CD \perp (SCA)$



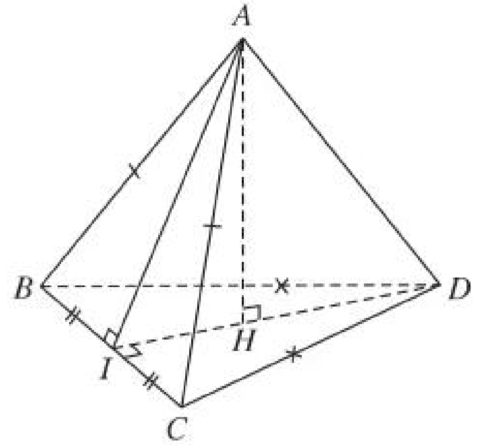
Hình 3.61

3.20. (h.3.62) a) Tam giác ABC cân đỉnh A và có I là trung điểm của BC nên $AI \perp BC$. Tương tự tam giác DBC cân đỉnh D và có I là trung điểm của BC nên $DI \perp BC$. Ta suy ra :

$BC \perp (AID)$ nên $BC \perp AD$.

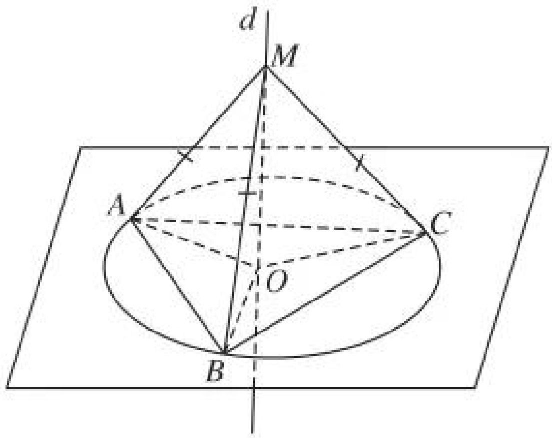
b) Vì $BC \perp (AID)$ nên $BC \perp AH$.

Mặt khác $AH \perp ID$ nên ta suy ra AH vuông góc với mặt phẳng (BCD).



Hình 3.62

3.21. (h.3.63) *Phần thuận.* Nếu $MA = MB = MC$ nghĩa là M cách đều ba đỉnh của tam giác ABC và MO vuông góc với mặt phẳng (ABC) thì ta có ba tam giác vuông MOA, MOB, MOC bằng nhau. Từ đó ta suy ra $OA = OB = OC$ nghĩa là A, B, C nằm trên đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC. Vậy điểm M cách đều ba đỉnh của tam giác ABC thì nằm trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.



Hình 3.63

Phần đảo. Nếu ta lấy một điểm M bất kì thuộc đường thẳng d nói trên thì ta có ba tam giác vuông MOA, MOB, MOC bằng nhau. Do đó ta suy ra $MA = MB = MC$ nghĩa là điểm M cách đều ba đỉnh của tam giác ABC.

Kết luận. Tập hợp những điểm cách đều ba đỉnh của tam giác ABC là đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại tâm O của đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC đó. Người ta thường gọi đường thẳng d là *trục của đường tròn* (C).