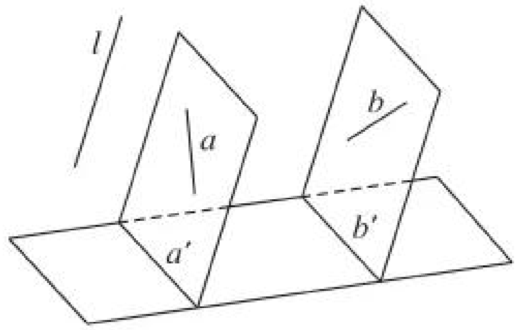
§5. PHÉP CHIẾU SONG SONG. HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN

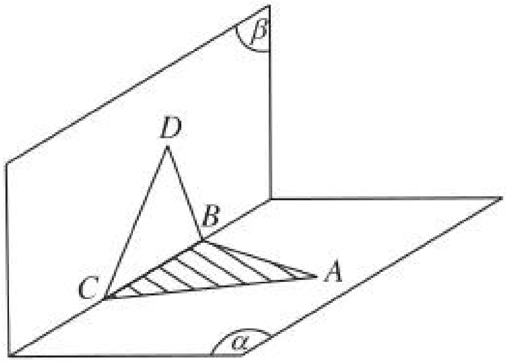
2.32. (h.2.51) Giả sử a và b là hai đường thẳng chéo nhau có hình chiếu là a' và b'. Nếu mặt phẳng (a, a') và mặt phẳng (b, b') song song với nhau thì $a' // b'$. Vậy hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song.

Nếu a và b là hai đường thẳng cắt nhau tại O và hình chiếu của O là O' thì $O' \in a'$ và $O' \in b'$ tức là a' và b' có điểm chung. Vậy hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau không thể song song được.



Hình 2.51

2.33. (h.2.52) Cho tam giác ABC bất kì nằm trong mặt phẳng (α). Gọi (β) là mặt phẳng qua BC và khác với (α). Trong (β) ta vẽ tam giác đều BCD. Vậy ta có thể xem tam giác ABC cho trước là hình chiếu song song của tam giác đều DBC theo phương chiếu DA lên mặt phẳng (α).

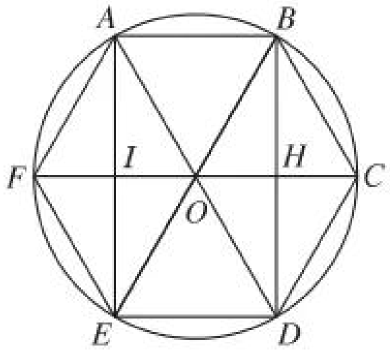


Hình 2.52

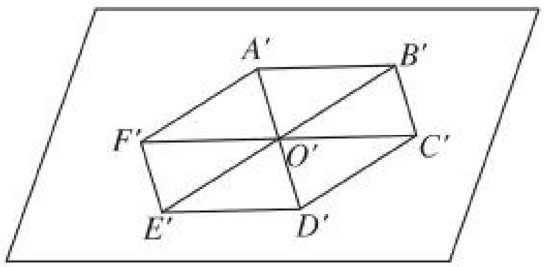
2.34. (h.2.53) Với hình lục giác đều *ABCDEF* ta nhận thấy :

– Tứ giác *OABC* là hình bình hành (vừa là hình thoi) ;

– Các điểm *D*, *E*, *F* lần lượt là các điểm đối xứng của các điểm *A*, *B*, *C* qua tâm *O*.



Hình 2.53



Hình 2.54

Từ đó ta suy ra cách vẽ hình biểu diễn của lục giác đều *ABCDEF* như sau : (h.2.54)

– Vẽ hình bình hành *O′A′B′C′* biểu diễn cho hình bình hành *OABC*.

– Lấy các điểm *D′*, *E′*, *F′* lần lượt đối xứng của *A′*, *B′*, *C′* qua tâm *O′*, ta được hình biểu diễn *A′B′C′D′E′F′* của hình lục giác đều *ABCDEF*.

+ ***Chú ý.*** Ta có thể vẽ hình biểu diễn hình lục giác đều dựa trên sự phân tích sau đây ở hình thực *ABCDEF* (h.2.53) :

– Tứ giác *ABDE* là hình chữ nhật ;

– Gọi *I* là trung điểm của cạnh *AE* và *H* là trung điểm của cạnh *BD* ;

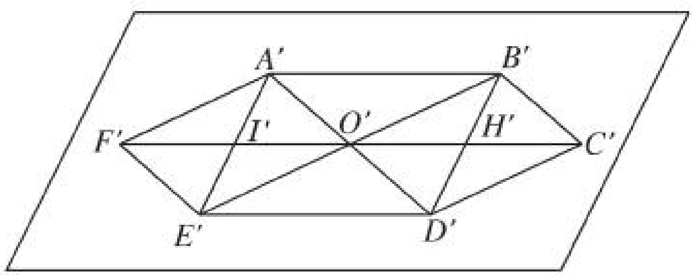
– Các điểm *F* và *C* đối xứng của *O* lần lượt qua *I* và *H*.

Từ đó ta có cách vẽ sau đây : (h.2.55)

– Vẽ hình bình hành *A′B′D′E′* biểu diễn cho hình chữ nhật *ABDE*.

– Gọi *I′* và *H′* lần lượt là trung điểm của *A′E′* và *B′D′*.

– Lấy *F′* đối xứng với *O′* qua *I′* và *C′* đối xứng với *O′* qua *H′*, ta được hình biểu diễn *A′B′C′D′E′F′* của hình lục giác đều.



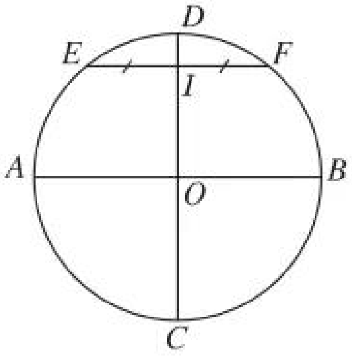
Hình 2.55

2.35. (h.2.56) Giả sử trên hình thực ta có đường tròn tâm O cùng với hai đường kính vuông góc của đường tròn đó là AB và CD. Nếu ta vẽ thêm một dây cung EF song song với AB thì đường kính CD sẽ đi qua trung điểm I của đoạn EF. Từ đó ta suy ra cách vẽ sau đây :

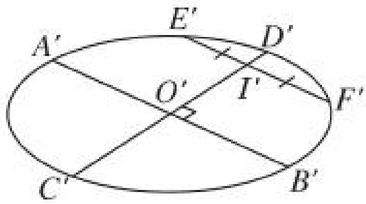
a) (h.2.57) Vẽ hình elip biểu diễn cho đường tròn và vẽ đường kính $A'B'$ của hình elip đó. Đường kính này đi qua tâm O' của elip.

b) Vẽ một dây cung $E'F'$ song song với đường kính $A'B'$. Gọi I' là trung điểm của $E'F'$. Đường thẳng $O'I'$ cắt elip tại hai điểm C' và D'. Ta có $A'B'$ và $C'D'$ là hình biểu diễn của hai đường kính vuông góc với nhau của đường tròn.

Nhận xét. Hình bình hành $A'C'B'D'$ là hình biểu diễn của hình vuông $ACBD$ nội tiếp trong một đường tròn.



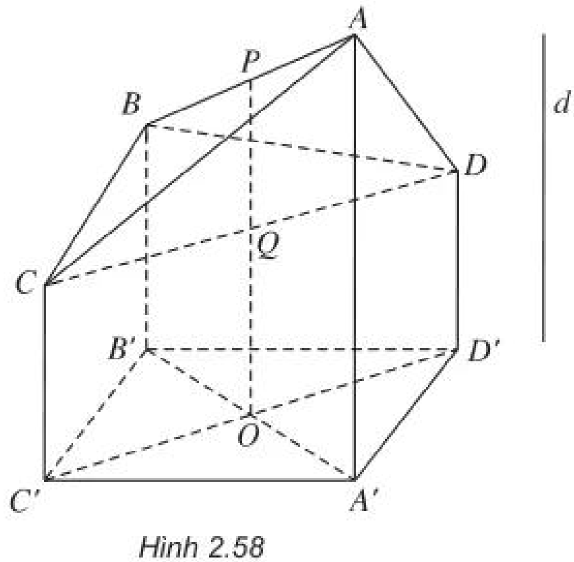
Hình 2.56



Hình 2.57

2.36. (h.2.58) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi d là một đường thẳng không song song với các cạnh của tứ diện và (α) là một mặt phẳng cắt d. Gọi A', B', C', D' lần lượt là hình chiếu của A, B, C, D trên mặt phẳng (α). Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của hai cạnh đối diện AB và CD. Khi đó hình chiếu P' và Q' của P và Q sẽ lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $C'D'$.

Muốn cho A', B', C', D' là các đỉnh của một hình bình hành ta chỉ cần chọn phương chiếu d sao cho d song song với đường thẳng PQ.



Hình 2.58

Vậy để hình chiếu song song của một tứ diện là một hình bình hành ta có thể chọn :

– Phương chiếu d là phương của một trong ba đường thẳng đi qua trung điểm của hai cạnh đối diện của tứ diện cho trước ;

– Mặt phẳng chiếu (α) là mặt phẳng tuỳ ý, nhưng phải cắt đường thẳng d.