## §6. KHÁI NIỆM VỀ PHÉP DỜI HÌNH VÀ HAI HÌNH BẰNG NHAU

**1.19.** a) $M' = (1; 1) \equiv M$.

b) $M'' = (-3 ; 1)$.

**1.20.** Gọi $d_1$ là ảnh của $d$ qua phép quay tâm $O$ góc $90^o$. Vì $d$ chứa tâm quay $O$ nên $d_1$ cũng chứa $O$. Ngoài ra $d_1$ vuông góc với $d$ nên $d_1$ có phương trình $x + 2y = 0$.

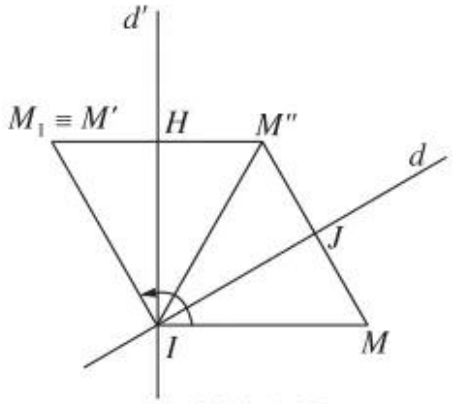
Gọi $d'$ là ảnh của $d_1$ qua phép tịnh tiến vectơ $\vec{v}$. Khi đó phương trình của $d'$ có dạng $x + 2y + C = 0$. Vì $d'$ chứa $O'(3 ; 1)$ là ảnh của $O$ qua phép tịnh tiến vectơ $\vec{v}$ nên $3 + 2 + C = 0$, từ đó $C = -5$. Vậy phương trình của $d'$ là $x + 2y - 5 = 0$.

**1.21.** (h.1.37) Gọi $Q_{(I,\,\alpha)}$ là phép quay tâm $I$ góc $\alpha$. Lấy đường thẳng $d$ bất kì qua $I$.

Gọi $d'$ là ảnh của $d$ qua phép quay tâm $I$ góc $\frac{\alpha}{2}$. Lấy điểm $M$ bất kì và gọi $M' = Q_{(I,\,\alpha)}(M)$. Gọi $M''$ là ảnh của $M$ qua phép đối xứng qua trục $d$, $M_1$ là ảnh của $M''$ qua phép đối xứng qua trục $d'$. Gọi $J$ là giao của $MM''$ với $d$, $H$ là giao của $M''M_1$ với $d'$. Khi đó ta có đẳng thức giữa các góc lượng giác sau :

$$\begin{aligned}(IM, IM_1) &= (IM, IM'') + (IM'', IM_1)\\ &= 2(IJ, IM'') + 2(IM'', IH)\\ &= 2(IJ, IH)\\ &= 2\frac{\alpha}{2} = \alpha = (IM, IM').\end{aligned}$$

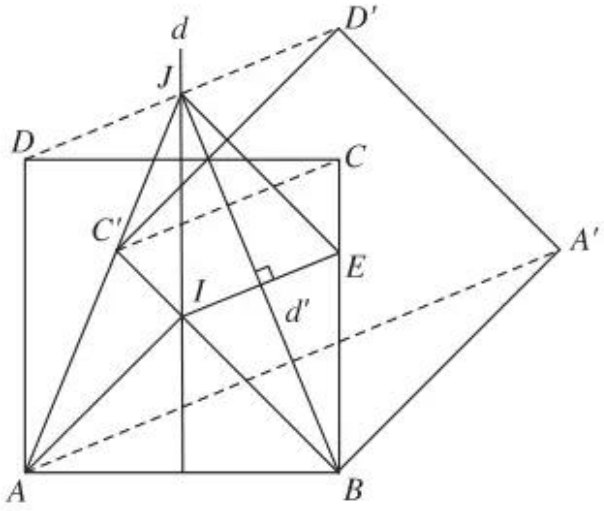
Từ đó suy ra $M' \equiv M_1$. Như vậy $M'$ có thể xem là ảnh của $M$ sau khi thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng qua hai trục $d$ và $d'$.



Hình 1.37

**1.22.** (h.1.38) a) Gọi $F$ là phép đối xứng qua đường trung trực $d$ của cạnh $AB$, $G$ là phép đối xứng qua đường trung trực $d'$ của cạnh $IE$. Khi đó $F$ biến $AI$ thành $BI$, $G$ biến $BI$ thành $BE$. Từ đó suy ra phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép biến hình $F$ và $G$ sẽ biến $AI$ thành $BE$.

Hơn nữa, gọi $J$ là giao của $d$ và $d'$, thì dễ thấy $JA = JB$, $JI = JE$ và $2(JI, JB) = (JI, JE) = 45^o$ (vì $JE \parallel IB$). Do đó theo kết quả của bài 1.21, phép dời hình nói trên chính là phép quay tâm $J$ góc $45^o$.



Hình 1.38

+ ***Lưu ý.*** Có thể tìm được nhiều phép dời hình biến $AI$ thành $BE$.

b) $F$ biến các điểm $A$, $B$, $C$, $D$ thành $B$, $A$, $D$, $C$ ; $G$ biến các điểm $B$, $A$, $D$, $C$ thành $B$, $A'$, $D'$, $C'$. Do đó ảnh của hình vuông $ABCD$ qua phép dời hình nói trên là hình vuông $BA'D'C'$ đối xứng với hình vuông $BADC$ qua $d'$.