

§6. KHÁI NIỆM VỀ PHÉP DỜI HÌNH VÀ HAI HÌNH BẰNG NHAU

A. CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. ĐỊNH NGHĨA

Phép dời hình là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

Nhận xét

- Các phép tịnh tiến, đối xứng trực, đối xứng tâm và quay đều là những phép dời hình.
- Nếu thực hiện liên tiếp hai phép dời hình thì được một phép dời hình.

II. TÍNH CHẤT

Phép dời hình

- a) Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy ;
- b) Biến một đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó ;
- c) Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho, biến một góc thành góc bằng góc đã cho ;
- d) Biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

III. HAI HÌNH BẰNG NHAU

Định nghĩa : Hai hình được gọi là *bằng nhau* nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

B. DẠNG TOÁN CƠ BẢN



VẤN ĐỀ 1

Xác định ảnh của một hình qua một phép dời hình

1. Phương pháp giải

Dùng định nghĩa và tính chất của phép dời hình.

2. Ví dụ

Ví dụ. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $3x - y - 3 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm $I(1 ; 2)$ và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-2 ; 1)$.

Giải

Gọi phép dời hình cần tìm là F . Gọi d_1 là ảnh của d qua phép đối xứng tâm $I(1 ; 2)$, d' là ảnh của d_1 qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-2 ; 1)$. Khi đó $d' = F(d)$. Vì d_1 song song hoặc trùng với d , d' song song hoặc trùng với d_1 nên d' song song hoặc trùng với d . Từ đó phương trình của d' có dạng : $3x - y + C = 0$. Bây giờ ta lấy điểm $M(1 ; 0)$ thuộc d . Phép đối xứng tâm $I(1 ; 2)$ biến M thành $M_1(1 ; 4)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-2 ; 1)$ biến M_1 thành $M' = (1 - 2 ; 4 + 1) = (-1 ; 5)$. Khi đó $M' = F(M)$. Do đó M' thuộc d' . Thay toạ độ của M' vào phương trình của d' ta được $3(-1) - 5 + C = 0$. Từ đó suy ra $C = 8$. Vậy phương trình của d' là $3x - y + 8 = 0$.



VẤN ĐỀ 2

Các bài toán về mối liên quan giữa một số phép dời hình quen biết

1. Phương pháp giải

Sử dụng định nghĩa của các phép dời hình có liên quan.

2. Ví dụ

Ví dụ. Chứng minh rằng phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} \neq \vec{0}$ là kết quả của việc thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng qua hai trục song song với nhau.

Giai

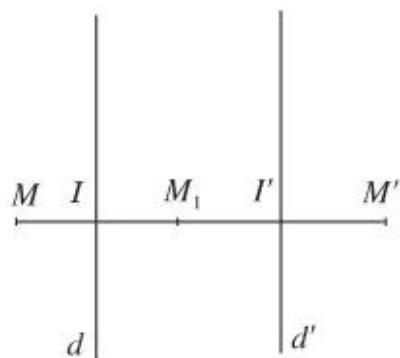
Lấy đường thẳng d nhận \vec{v} làm vectơ pháp tuyến. Gọi d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo vectơ $\frac{1}{2}\vec{v}$.

Lấy điểm M tùy ý. Gọi $M_1 = D_d(M)$,

$M' = D_{d'}(M_1)$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MM'} &= \overrightarrow{MM_1} + \overrightarrow{M_1M'} = 2\overrightarrow{IM_1} + 2\overrightarrow{M_1I'} \\ &= 2\overrightarrow{II'} = \vec{v}.\end{aligned}$$

Vậy $T_{\vec{v}}(M) = M'$.



Hình 1.19



VẤN đề 3

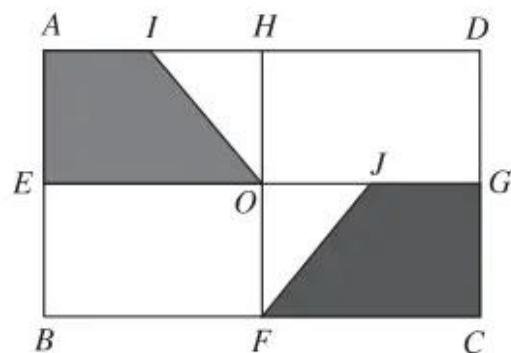
Chứng minh hai hình bằng nhau

1. Phương pháp giải

Chứng minh hai hình đó là ảnh của nhau qua một phép dời hình.

2. Ví dụ

Ví dụ. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi O là tâm đối xứng của nó ; E, F, G, H, I, J theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA, AH, OG . Chứng minh rằng hai hình thang $AIOE$ và $GJFC$ bằng nhau.



Giai

Hình 1.20

Ta có phép tịnh tiến theo \overrightarrow{AO} biến A, I, O, E lần lượt thành O, J, C, F . Phép đối xứng qua đường trung trực của OG biến O, J, C, F lần lượt thành G, J, F, C . Từ đó suy ra phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép biến hình trên sẽ biến hình thang $AIOE$ thành hình thang $GJFC$. Do đó hai hình thang ấy bằng nhau.

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

- 1.19.** Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{v}(2; 0)$ và điểm $M(1 ; 1)$.
- Tìm toạ độ của điểm M' là ảnh của điểm M qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} .
 - Tìm toạ độ của điểm M'' là ảnh của điểm M qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} và phép đối xứng qua trục Oy .
- 1.20.** Trong mặt phẳng Oxy , cho vectơ $\vec{v} = (3 ; 1)$ và đường thẳng d có phương trình $2x - y = 0$. Tìm ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc 90° và phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} .
- 1.21.** Chứng minh rằng mỗi phép quay đều có thể xem là kết quả của việc thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trực.
- 1.22.** Cho hình vuông $ABCD$ có tâm I . Trên tia BC lấy điểm E sao cho $BE = AI$.
- Xác định một phép dời hình biến A thành B và I thành E .
 - Dựng ảnh của hình vuông $ABCD$ qua phép dời hình ấy.