

§8. PHÉP ĐỒNG DẠNG

A. CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. ĐỊNH NGHĨA

Phép biến hình F được gọi là phép đồng dạng tỉ số k ($k > 0$) nếu với hai điểm M, N bất kì và ảnh M', N' tương ứng của chúng ta luôn có $M'N' = k.MN$.

Nhận xét

- Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số 1.
- Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.
- Nếu thực hiện liên tiếp hai phép đồng dạng thì được một phép đồng dạng.

II. TÍNH CHẤT

Phép đồng dạng tỉ số k

- a) Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy ;

- b) Biến một đường thẳng thành đường thẳng ; biến tia thành tia ; biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng ;
- c) Biến một tam giác thành tam giác đồng dạng với tam giác đã cho ; biến góc thành góc bằng nó ;
- d) Biến một đường tròn bán kính R thành đường tròn bán kính kR .

III. HÌNH ĐỒNG DẠNG

Hai hình được gọi là đồng dạng với nhau nếu có một phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.

B. DẠNG TOÁN CƠ BẢN



VẤN ĐỀ 1

Xác định ảnh của một hình qua một phép đồng dạng

1. Phương pháp giải

Dùng định nghĩa và tính chất của phép đồng dạng.

2. Ví dụ

Ví dụ. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(-1 ; -1)$ tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc -45° .

Giải

Gọi d_1 là ảnh của d qua phép vị tự tâm $I(-1 ; -1)$ tỉ số $k = \frac{1}{2}$. Vì d_1 song song hoặc trùng với d nên phương trình của nó có dạng $x + y + C = 0$.

Lấy $M(1 ; 1)$ thuộc d , thì ảnh của nó qua phép vị tự nói trên là O thuộc d_1 .

Vậy phương trình của d_1 là $x + y = 0$. Ảnh của d_1 qua phép quay tâm O góc -45° là đường thẳng Oy . Vậy phương trình của d' là $x = 0$.



Tìm phép đồng dạng biến hình \mathcal{H} thành hình H' .

1. Phương pháp giải

Tìm cách biểu thị phép đồng dạng đó như là kết quả của việc thực hiện liên tiếp các phép đồng dạng quen biết.

2. Ví dụ

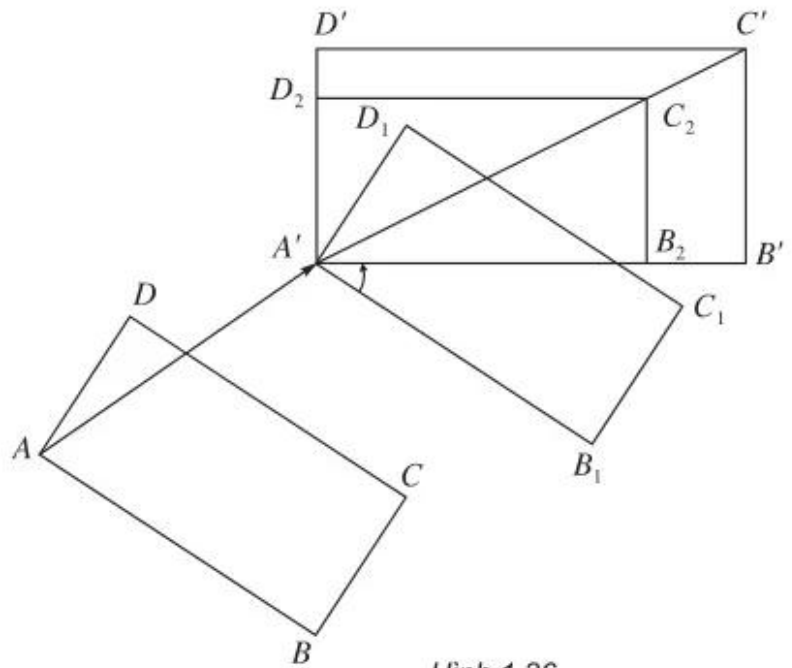
Ví dụ. Cho hai hình chữ nhật có tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài bằng $\frac{1}{2}$. Chứng minh rằng luôn có một phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.

Giải

Giả sử ta có hai hình chữ nhật $ABCD$, $A'B'C'D'$ và $\frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{A'B'} = \frac{1}{2}$ (h.1.26).

Phép tịnh tiến $T_{\vec{AA'}}$ biến hình chữ nhật $ABCD$ thành hình chữ nhật $A'B_1C_1D_1$.

Phép quay $Q_{(A', \alpha)}$ với $\alpha = (A'B_1, A'B')$ biến hình chữ nhật $A'B_1C_1D_1$ thành hình chữ nhật $A'B_2C_2D_2$.



Hình 1.26

Vì $\frac{A'D_2}{A'B_2} = \frac{A'D'}{A'B'} = \frac{1}{2}$ nên $\frac{A'D_2}{A'D'} = \frac{A'B_2}{A'B'} = \frac{A'C_2}{A'C'}$. Từ đó suy ra phép vị tự

$V_{(A', k)}$ với $k = \frac{A'D'}{A'D_2} = \frac{A'D'}{AD}$ sẽ biến hình chữ nhật $A'B_2C_2D_2$ thành hình chữ

nhật $A'B'C'D'$. Vậy phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp các phép biến hình $T_{\vec{AA'}}$, $Q_{(A', \alpha)}$ và $V_{(A', k)}$ sẽ biến hình chữ nhật $ABCD$ thành hình chữ nhật $A'B'C'D'$.



VẤN ĐỀ 3

Dùng phép đồng dạng để giải toán

1. Phương pháp giải

Dùng các tính chất của phép đồng dạng.

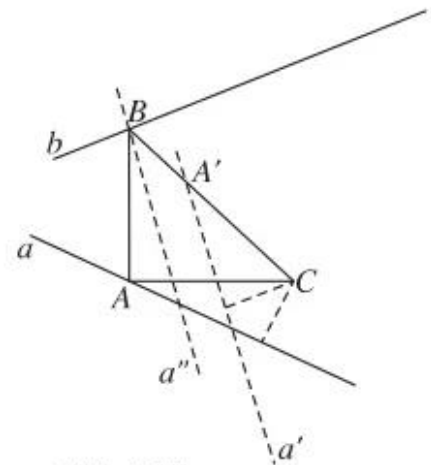
2. Ví dụ

Ví dụ. Cho hai đường thẳng a và b cắt nhau và điểm C (h.1.27). Tìm trên a và b các điểm A và B tương ứng sao cho tam giác ABC vuông cân ở A .

Giải

Ta thấy góc lượng giác $(CA ; CB) = -45^\circ$ và $\frac{CB}{CA} = \sqrt{2}$. Do đó có thể xem B là ảnh của A qua phép đồng dạng F có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm C , góc -45° và phép vị tự tâm C , tỉ số $\sqrt{2}$.

Vì $A \in a$ nên $B \in a'' = F(a)$, B lại thuộc b . Do đó B là giao của a'' với b .



Hình 1.27

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

- 1.27. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x = 2\sqrt{2}$. Hãy viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc 45° .
- 1.28. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Hãy viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng qua trục Ox .
- 1.29. Chứng minh rằng hai đa giác đều có cùng số cạnh luôn đồng dạng với nhau.

1.30. Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD , $AD = a$, $DC = b$ còn hai đỉnh A, B cố định. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo.

a) Tìm tập hợp các điểm C khi D thay đổi.

b) Tìm tập hợp các điểm I khi C và D thay đổi như trong câu a).