ÔN TẬP CHƯƠNG I

I. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

1.31. Phương trình $d' : 3x - 5y + 12 = 0$.

1.32. Xem D là ảnh của C qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{BA}$. Do C chạy trên đường tròn (C) tâm A bán kính m, trừ ra giao điểm của (C) với đường thẳng AB, nên D thuộc đường tròn là ảnh của đường tròn nói trên qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{BA}$.

1.33. (h.1.43) Giả sử đã dựng được hai điểm M, N thoả mãn điều kiện đầu bài. Đường thẳng qua M và song song với AC cắt BC tại D. Khi đó tứ giác $MNCD$ là hình bình hành. Do đó $CN = DM$. Từ đó suy ra tam giác AMD cân tại M. Do đó $\widehat{MAD} = \widehat{MDA} = \widehat{DAC}$. Suy ra AD là phân giác trong của góc A. Do đó AD dựng được. Ta lại có $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{CD}$, nên có thể xem M là ảnh của N qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{DC}$.

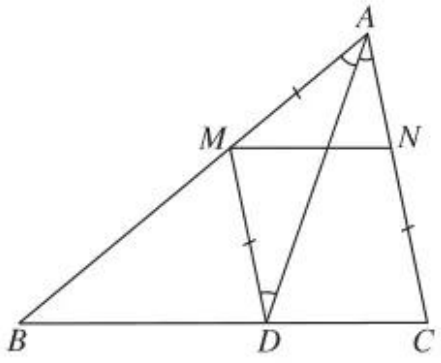
Từ đó suy ra cách dựng :

– Dựng đường phân giác trong của góc A. Đường này cắt BC tại D.

– Dựng đường thẳng d là ảnh của đường thẳng AC qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{CD}$. d cắt AB tại M.

– Dựng N sao cho $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{CD}$.

Khi đó dễ thấy M, N thoả mãn điều kiện đầu bài.



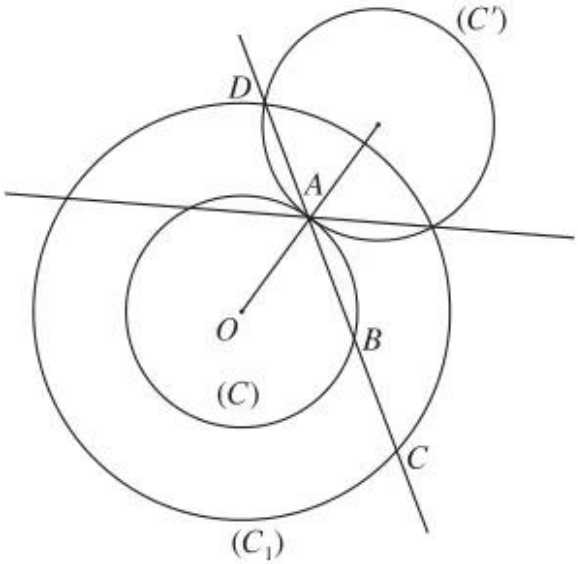
Hình 1.43

1.34. a) d_1 : $3x + 2y + 6 = 0$.

b) Giao của d và Δ là $A(2 ; 0)$. Lấy $B(0 ; -3)$ thuộc d. Ảnh của B qua phép đối xứng qua đường thẳng Δ là $B'(5 ; 2)$. Khi đó d' chính là đường thẳng AB' : $2x - 3y - 4 = 0$.

1.35. Tập các điểm N thuộc đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép đối xứng qua trung điểm của AB.

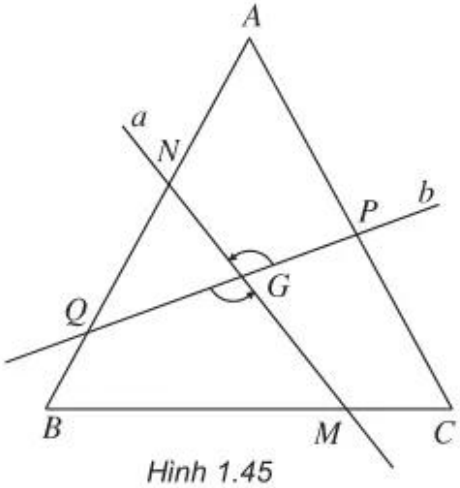
1.36. (h.1.44) Gọi (C) là đường tròn tâm O bán kính r, (C_1) là đường tròn tâm O bán kính R. Giả sử đường thẳng đã dựng được. Khi đó có thể xem D là ảnh của B qua phép đối xứng qua tâm A. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép đối xứng qua tâm A, thì D thuộc giao của (C') và (C_1). Số nghiệm của bài toán phụ thuộc vào số giao điểm của (C') với (C_1).



Hình 1.44

1.37. Dễ thấy d chứa điểm $H(1 ; 1)$ và $OH \perp d$. Gọi H' là ảnh của H qua phép quay tâm O góc 45° thì $H' = (0 ; \sqrt{2})$. Từ đó suy ra d' phải qua H' và vuông góc với OH'. Vậy phương trình của d' là $y = \sqrt{2}$.

1.38. (h.1.45) Gọi $Q_{(G,120^o)}$ là phép quay tâm G góc 120°. Phép quay này biến b thành a, biến CA thành AB ; do đó nó biến P



Hình 1.45

thành N. Tương tự $Q_{(G,120^o)}$ cũng biến Q thành M. Từ đó suy ra $GP = GN$, $GQ = GM$. Do đó hai tam giác GNQ và GPM bằng nhau, suy ra $NQ = PM$. Vì $Q_{(G,120^o)}$ biến PQ thành NM nên $PQ = NM$. Từ đó suy ra hai tam giác NQM và PMQ bằng nhau. Do đó $\widehat{NQM} = \widehat{PMQ}$. Tương tự $\widehat{QNP} = \widehat{MPN}$.

Từ đó suy ra $\widehat{PNQ} + \widehat{NQM} = 180^o$.

Do đó $NP \,//\, QM$. Vậy ta có tứ giác $MPNQ$ là một hình thang cân.

1.39. Theo định nghĩa của phép đồng dạng ta có $B'C' = kBC$, từ đó suy ra $B'C'^2 = k^2BC^2$. Hay $(\overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'B'})^2 = k^2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2$. Suy ra

$A'C'^2 - 2\overrightarrow{A'C'}.\overrightarrow{A'B'} + A'B'^2 = k^2(AC^2 - 2\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB} + AB^2)$.

Để ý rằng $A'C'^2 = k^2AC^2$, $A'B'^2 = k^2AB^2$ ta suy ra điều phải chứng minh.

1.40. Để ý rằng $A'C'^2 = k^2AC^2$, $A'B'^2 = k^2AB^2$, $\overrightarrow{A'C'}.\overrightarrow{A'B'} = k^2\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$, ta có

$$(\overrightarrow{A'B'} - p\overrightarrow{A'C'})^2 = A'B'^2 - 2p\overrightarrow{A'B'}.\overrightarrow{A'C'} + p^2A'C'^2$$

$$= k^2(AB^2 - 2p\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} + p^2AC^2) = k^2(\overrightarrow{AB} - p\overrightarrow{AC})^2 = 0.$$

Từ đó suy ra $\overrightarrow{A'B'} - p\overrightarrow{A'C'} = \vec{0}$.

Giả sử ba điểm A, B, C thẳng hàng và điểm B nằm giữa hai điểm A và C. Khi đó $\overrightarrow{AB} = t\overrightarrow{AC}$, với $0 < t < 1$. Áp dụng bài 1.39 ta cũng có $\overrightarrow{A'B'} = t\overrightarrow{A'C'}$, với $0 < t < 1$. Do đó ba điểm A', B', C' thẳng hàng và điểm B' nằm giữa hai điểm A' và C'.

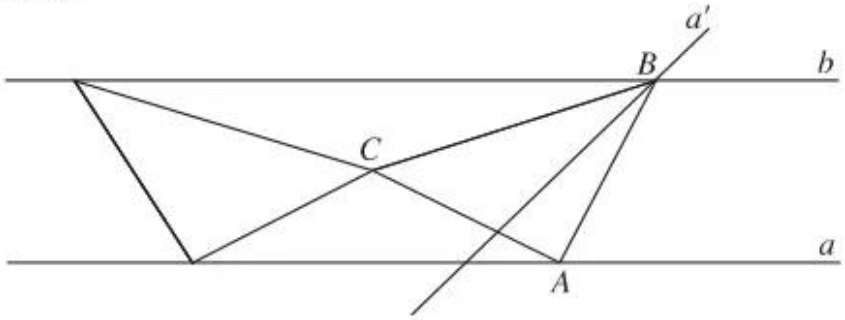
1.41. Lấy điểm $N(x_1; y_1)$, thì điểm $N'(2x_1 - 1; -2y_1 + 3) = F(N)$. Ta có

$$M'N'^2 = (2x_1 - 2x)^2 + (-2y_1 + 2y)^2 = 4[(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2] = 4MN^2.$$

Từ đó suy ra với hai điểm M, N tuỳ ý và M', N' lần lượt là ảnh của chúng qua F ta có $M'N' = 2MN$. Vậy F là một phép đồng dạng với tỉ số đồng dạng là 2.

1.42. (h.1.46) Xem B là ảnh của A qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm C góc $\pm 45^o$ và phép vị tự tâm C tỉ số $k = \sqrt{2}$. Vì A thuộc a nên B thuộc đường thẳng a' là ảnh của a qua phép đồng dạng

nói trên. Vậy B là giao của a' và b. Từ đó suy ra cách dựng. Bài toán có hai nghiệm hình.



Hình 1.46