ÔN TẬP CHƯƠNG II

I. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

2.37. Trong mặt phẳng (α) cho tam giác ABC. Từ ba đỉnh của tam giác này ta kẻ các nửa đường thẳng song song cùng chiều Ax, By, Cz không nằm trong (α). Trên Ax lấy đoạn $AA' = a$, trên By lấy đoạn $BB' = b$, trên Cz lấy đoạn $CC' = c$.

a) Gọi I, J và K lần lượt là các giao điểm $B'C'$, $C'A'$ và $A'B'$ với (α).

Chứng minh rằng $\dfrac{IB}{IC} \cdot \dfrac{JC}{JA} \cdot \dfrac{KA}{KB} = 1$.

b) Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$.

Chứng minh : $GG' // AA'$.

c) Tính GG' theo a, b, c.

2.38. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M nằm trong tam giác BCD.

a) Dựng đường thẳng qua M song song với hai mặt phẳng (ABC) và (ABD). Giả sử đường thẳng này cắt mặt phẳng (ACD) tại B'.

Chứng minh rằng AB', BM và CD đồng quy tại một điểm.

b) Chứng minh $\dfrac{MB'}{BA} = \dfrac{dt(\Delta MCD)}{dt(\Delta BCD)}$.

c) Đường thẳng song song với hai mặt phẳng (ACB) và (ACD) kẻ từ M cắt (ABD) tại C' và đường thẳng song song với hai mặt phẳng (ADC) và (ADB) kẻ từ M cắt (ABC) tại D'. Chứng minh rằng

$$\frac{MB'}{BA} + \frac{MC'}{CA} + \frac{MD'}{DA} = 1.$$

2.39. Từ các đỉnh của tam giác ABC ta kẻ các đoạn thẳng AA', BB', CC' song song, cùng chiều, bằng nhau và không nằm trong mặt phẳng của tam giác. Gọi I, G và K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACC' và $A'B'C'$.

a) Chứng minh $(IGK) // (BB'C'C)$.

b) Chứng minh rằng $(A'GK) // (AIB')$.

2.40. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh bên AA' và CC'. Một điểm P nằm trên cạnh bên DD'.

a) Xác định giao điểm Q của đường thẳng BB' với mặt phẳng (MNP).

b) Mặt phẳng (MNP) cắt hình hộp theo một thiết diện. Thiết diện đó có tính chất gì ?

c) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với mặt phẳng $(ABCD)$ của hình hộp.

2.41. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hai điểm M và N lần lượt nằm trên hai cạnh AD và CC' sao cho $\frac{AM}{MD} = \frac{CN}{NC'}$.

a) Chứng minh rằng đường thẳng MN song song với mặt phẳng (ACB').

b) Xác định thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng đi qua MN và song song với mặt phẳng (ACB').

2.42. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$.

a) Chứng minh rằng hai đường chéo AC' và $A'C$ cắt nhau và hai đường chéo BD' và $B'D$ cắt nhau.

b) Cho E và F lần lượt là trung điểm của hai đường chéo AC và BD.
Chứng minh $MN = EF$.

2.43. Cho hai mặt phẳng (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến m. Trên đường thẳng d cắt (α) ở A và cắt (β) ở B ta lấy hai điểm cố định S_1, S_2 không thuộc (α), (β). Gọi M là một điểm di động trên (β). Giả sử các đường thẳng MS_1, MS_2 cắt (α) lần lượt tại M_1 và M_2.

a) Chứng minh rằng M_1M_2 luôn luôn đi qua một điểm cố định.

b) Giả sử đường thẳng M_1M_2 cắt giao tuyến m tại K. Chứng minh rằng ba điểm K, B, M thẳng hàng.

c) Gọi b là một đường thẳng thuộc mặt phẳng (β) nhưng không đi qua điểm B và cắt m tại I. Chứng minh rằng khi M di động trên b thì các điểm M_1 và M_2 di động trên hai đường thẳng cố định thuộc mặt phẳng (α).

2.44. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và các trung điểm E, F của các cạnh AB, DD'. Hãy xác định các thiết diện của hình lập phương cắt bởi các mặt phẳng (EFB), (EFC), (EFC') và (EFK) với K là trung điểm của cạnh $B'C'$.