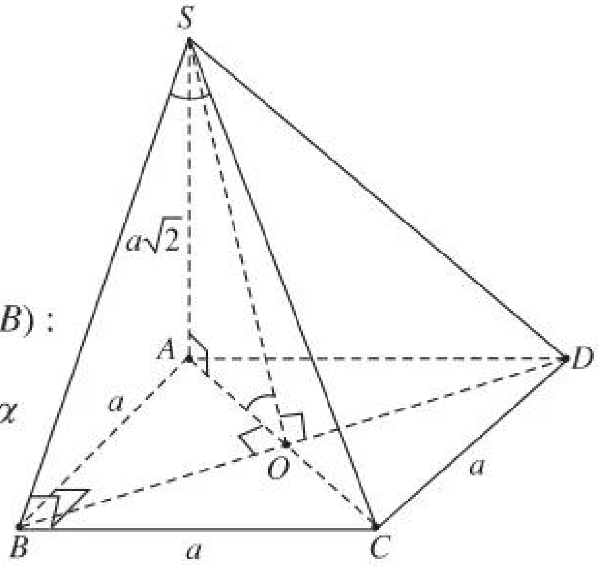
III. ĐỀ KIỂM TRA

Đề 1

(h.3.97)



Hình 3.97

Câu 1. $\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

$\Rightarrow (SBD) \perp (SAC)$.

Câu 2. + Xác định góc α giữa SC và mp(SAB) :

$\begin{cases} S \in (SAB) \\ CB \perp (SAB) \end{cases} \Rightarrow \left[\widehat{SC,(SAB)}\right] = \widehat{CSB} = \alpha$

+ Tính góc α :

Trong tam giác vuông SBC , ta có :

$\tan\alpha = \dfrac{BC}{BS} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^{\circ}$.

Câu 3. + Xác định góc β giữa hai mặt phẳng (SBD) và ($ABCD$) :

$\begin{cases} BD \perp AO \\ BD \perp SO\,(BD \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow \left[\widehat{(SBD),(ABCD)}\right] = \widehat{SOA} = \beta$

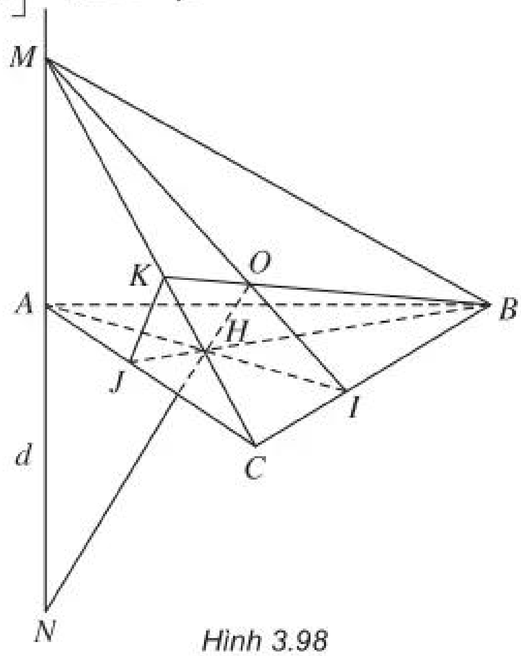
+ Tính góc β :

Trong tam giác vuông SOA , ta có :

$\tan\beta = \dfrac{SA}{OA} = 2 \Rightarrow \beta = \arctan 2$.

Đề 2

(h.3.98). Gọi I, J, K lần lượt là các giao điểm của AH và MO ; AC và BH ; MC và BO.



Hình 3.98

Câu 1. $MA \perp (ABC) \Rightarrow MA \perp BJ$.

H là trực tâm của $\Delta ABC \Rightarrow AC \perp BJ$

$\begin{cases} BJ \perp MA \\ BJ \perp AC \end{cases} \Rightarrow BJ \perp (MAC)$

$\Rightarrow BJ \perp MC$.

O là trực tâm của ΔMBC nên $BO \perp MC$.

Do đó : $MC \perp (BJK) \Rightarrow MC \perp (BOH) \Rightarrow MC \perp HO$ (1)

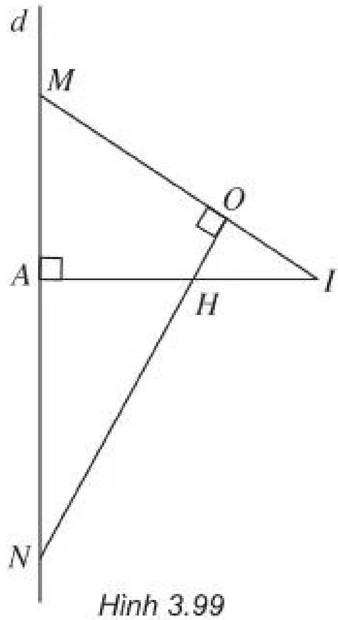
Chứng minh tương tự : $MB \perp HO$ (2)

Từ (1) và (2) cho $OH \perp (MBC)$.

Câu 2. Do $d \perp (ABC)$ nên $MN \perp BC$

$$\begin{cases} MC \perp (BOH) \\ BN \subset (BOH) \end{cases} \Rightarrow MC \perp BN$$

$$\begin{cases} MB \perp (CHO) \\ CN \subset (CHO) \end{cases} \Rightarrow MB \perp CN.$$



Hình 3.99

Câu 3. (h. 3.99) Trong mặt phẳng (MNI), ta có : $HO \perp MI$.

Do $\widehat{MNO} = \widehat{MIA}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) nên các tam giác MAI và HAN đồng dạng. Ta có :

$$\frac{NA}{IA} = \frac{HA}{MA}$$

$$\Leftrightarrow NA.MA = AM.AN = IA.HA = IA.\frac{2}{3}IA = \frac{2}{3}IA^2 = \frac{1}{2}a^2.$$

Đề 3

Câu 1. (h.3.100, 3.101) mp$(P) \perp AB'$ nên cắt mp$(AA'B'B)$ theo giao tuyến $KI \perp AB'$.

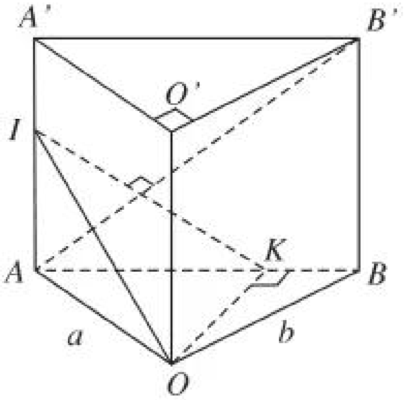
Do tính chất của lăng trụ đứng, ta có :

$AA' \perp (BAO) \Rightarrow AA' \perp KO$ (1)

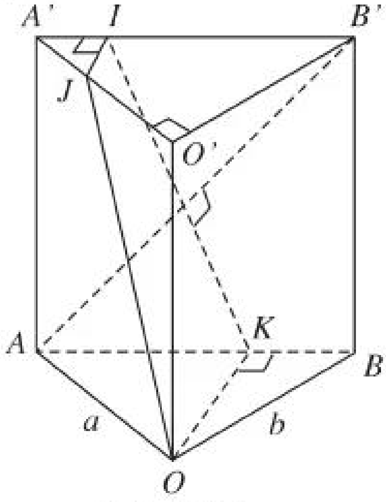
mp$(P) \perp AB' \Rightarrow AB' \perp KO$ (2)

Từ (1) và (2) ta được :

$KO \perp$ mp$(AA'B'B) \Rightarrow KO \perp AB$ và $KO \perp KI$.



Hình 3.100



Hình 3.101

Có thể xảy ra hai trường hợp sau đây về thiết diện :

+ Nếu mp(P) cắt AA' tại I nằm trong đoạn AA' thì thiết diện là tam giác vuông OKI $\left(\widehat{K} = 1v\right)$.

+ Nếu mp(P) cắt AA' tại một điểm ở ngoài đoạn AA', khi đó mp(P) cắt $A'B'$ tại I và cắt $O'A'$ tại J mà $IJ \parallel OK$.

Vì $OK \perp KI$ nên thiết diện có được là hình thang vuông $KIJO$.

Câu 2. Qua hai trường hợp trên, ta thấy :

Để thiết diện là tam giác thì ta phải có : $AI \le AA' = h$.

Trong tam giác vuông KAI : $h \ge AI = AK.\tan\widehat{AKI}$ (3)

Mà $\widehat{AKI} = \widehat{AB'B}$ với $\tan\widehat{AB'B} = \dfrac{AB}{B'B} = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{h}$.

Trong tam giác vuông OAB, ta có : $OA^2 = AK.AB \Rightarrow AK = \dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Thay vào (3) : $h \ge \dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}.\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{h} = \dfrac{a^2}{h} \Rightarrow h \ge a$.

+ Tính $S_{\Delta KOI}$:

Trong tam giác vuông AIK, ta có :

$$KI^2 = KA^2 + AI^2 = AK^2 + AK^2\tan^2\widehat{AKI}$$

$$= AK^2\left(1+\tan^2\widehat{AB'B}\right) = \frac{a^4}{a^2+b^2}\left(1+\frac{a^2+b^2}{h^2}\right)$$

$$\Rightarrow KI = \frac{a^2}{h}\sqrt{\frac{a^2+b^2+h^2}{a^2+b^2}}.$$

Hơn nữa, trong tam giác vuông AOB $\left(\widehat{O} = 1v\right)$ ta có :

$$OA.OB = OK.AB \Rightarrow KO = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Do ΔKOI vuông ở K nên : $S_{\Delta KOI} = \dfrac{1}{2}KO.KI = \dfrac{a^3b\sqrt{a^2+b^2+h^2}}{2h\left(a^2+b^2\right)}$.