

II. ĐỀ TOÁN TỔNG HỢP

- 3.49.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC .
- Chứng minh $AC \perp SD$.
 - Chứng minh $MN \perp (SBD)$.
 - Cho $AB = SA = a$. Tính cosin của góc giữa (SBC) và $(ABCD)$.
- 3.50.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy.
- Chứng minh tam giác SBC vuông.
 - Gọi H là chân đường cao vẽ từ B của tam giác ABC .
Chứng minh $(SAC) \perp (SBH)$.
 - Cho $AB = a, BC = 2a$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) .
- 3.51.** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA = SB = SD = a$.
- Chứng minh (SAC) vuông góc với $(ABCD)$.
 - Chứng minh tam giác SAC vuông.
 - Tính khoảng cách từ S đến $(ABCD)$.
- 3.52.** Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và các cạnh $OA = OB = OC = a$, gọi I là trung điểm của BC .
- Chứng minh rằng : $BC \perp (AOI), (OAI) \perp (ABC)$.
 - Tính góc giữa AB và mặt phẳng (AOI) .
 - Tính góc giữa các đường thẳng AI và OB .
- 3.53.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và $SA \perp (ABCD)$.
- Chứng minh $BD \perp SC$.
 - Chứng minh $(SAB) \perp (SBC)$.
 - Cho $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.
- 3.54.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp CD$ và $AB = CD = AC = a$. Trên đoạn AC , lấy M với $AM = x$. Qua M ta vẽ mặt phẳng (P) song song với AB và CD . Mặt phẳng (P) cắt BC, BD, AD lần lượt tại N, R, T .

- a) Cho biết tính chất của tứ giác $MNRT$.
- b) Tìm diện tích S của tứ giác $MNRT$ theo a và x . Tìm x để S lớn nhất.
- c) Tìm x để $S = \frac{2a^2}{9}$.

3.55. Cho tứ diện $ABCD$ với $AB = a$, $CD = b$, $AC = c$. Lấy M là điểm bất kì trên đoạn AC . Qua M ta vẽ một mặt phẳng (P) song song với hai cạnh AB và CD . Gọi M, N, R, S lần lượt là giao điểm của (P) với các cạnh AC, BC, BD, AD .

- a) Tìm điều kiện để $MNRS$ là hình chữ nhật.
- b) Đặt $AM = x$ ($0 < x < c$). Tìm diện tích S của tứ giác $MNRS$ khi $AB \perp CD$. Tìm giá trị lớn nhất của S .

3.56. Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh a . (P) là một mặt phẳng thay đổi đi qua đỉnh S và song song với BC . Giả sử (P) cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M và N .

- a) Cho biết tính chất của tam giác SMN .
- b) Chứng minh rằng mặt phẳng (P) luôn đi qua một đường thẳng cố định.
- c) Đặt $AM = x$. Tính $y = SM^2 + SN^2 + MN^2$. Tìm x để $y = \frac{7a^2}{4}$.