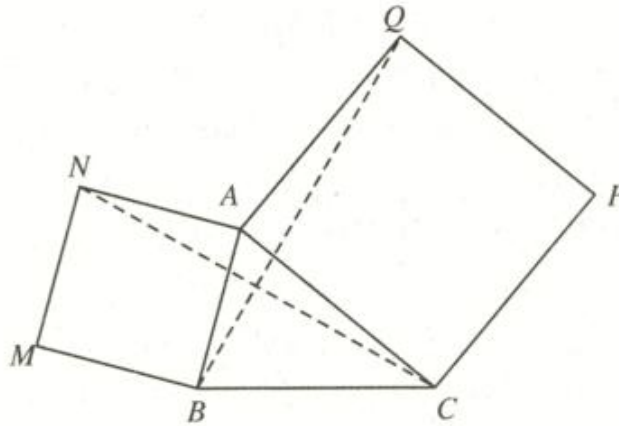


## BÀI TẬP ÔN CUỐI NĂM

1. Cho tam giác  $ABC$  và các điểm  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$ .
  - a) Xét bốn tam giác  $APN, PBM, NMC, MNP$ . Tìm phép dời hình biến tam giác  $APN$  lần lượt thành một trong ba tam giác còn lại.
  - b) Phép vị tự nào biến tam giác  $ABC$  thành tam giác  $MNP$  ?
  - c) Xét tam giác có ba đỉnh là *trục tâm* của ba tam giác  $APN, PBM$  và  $NCM$ . Chứng tỏ rằng tam giác đó bằng tam giác  $APN$ . Chứng minh điều đó cũng đúng nếu thay *trục tâm* bằng *trọng tâm*, hoặc *tâm đường tròn ngoại tiếp*, hoặc *tâm đường tròn nội tiếp*.
2. Cho tứ giác  $ABCD$  nội tiếp đường tròn ( $O$ ). Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CD$  và  $DA$ . Kẻ  $MM', NN', PP', QQ'$  lần lượt vuông góc với  $CD, DA, AB, BC$ .
  - a) Gọi  $I$  là giao điểm của  $MP$  và  $NQ$ . Phép đối xứng tâm  $D_I$  biến các đường thẳng  $MM', NN', PP', QQ'$  thành những đường thẳng nào ?
  - b) Chứng tỏ rằng bốn đường thẳng  $MM', NN', PP', QQ'$  đồng quy tại một điểm. Nhận xét gì về vị trí điểm đồng quy và hai điểm  $I, O$  ?

3. Cho tam giác  $ABC$  và hai hình vuông  $ABMN$ ,  $ACPQ$  như hình 134.  
a) Xác định phép quay biến tam giác  $ABQ$  thành tam giác  $ANC$ .



Hình 134

- b) Chứng tỏ rằng hai đoạn thẳng  $BQ$ ,  $CN$  bằng nhau và vuông góc với nhau.  
c) Gọi  $O$ ,  $O'$  là tâm của các hình vuông,  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh rằng tam giác  $OIO'$  là tam giác vuông cân.
4. Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $BD$ ;  $P$  là một điểm thay đổi trên đoạn thẳng  $AD$ .  
a) Xác định giao điểm  $Q$  của mp( $MNP$ ) và cạnh  $AC$ . Tứ giác  $MNPQ$  là hình gì?  
b) Tìm quỹ tích giao điểm  $I$  của  $QM$  và  $PN$ .  
c) Tìm quỹ tích giao điểm  $J$  của  $QN$  và  $PM$ .
5. Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Điểm  $M$  nằm giữa  $A$  và  $D$ , điểm  $N$  nằm giữa  $C$  và  $C'$  sao cho  $\frac{AM}{MD} = \frac{CN}{NC'}$ .  
a) Chứng minh rằng đường thẳng  $MN$  song song với mp( $ACB'$ ).  
b) Xác định thiết diện của hình hộp khi cắt bởi mặt phẳng đi qua  $MN$  và song song với mp( $ACB'$ ).
6. Cho ba tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  không đồng phẳng. Chứng minh rằng các tia phân giác ngoài của các góc  $xOy$ ,  $yOz$  và  $zOx$  đồng phẳng.
7. Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $K$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ ;  $M$  là điểm nằm giữa  $S$  và  $C$ .  
a) Chứng minh rằng mặt phẳng đi qua  $K$ , song song với  $AB$  và  $SC$  thì đi qua điểm  $N$ .  
b) Xác định thiết diện của hình chóp  $S.ABC$  khi cắt bởi mp( $KMN$ ). Chứng tỏ rằng  $KN$  chia thiết diện thành hai phần có diện tích bằng nhau.

8. Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên bằng  $a\sqrt{2}$ .
- Tính khoảng cách từ  $S$  đến mp( $ABCD$ ).
  - Tính khoảng cách giữa đường thẳng  $AB$  và mp( $SCD$ ).
  - Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ .
  - Gọi ( $P$ ) là mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $SC$ . Hãy xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi ( $P$ ). Tính diện tích thiết diện.
  - Tính góc giữa đường thẳng  $AB$  và mp( $P$ ).
9. Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ . Hai tia  $Bx$  và  $Cy$  cùng vuông góc với mp( $ABC$ ) và nằm về một phía đối với mặt phẳng đó. Trên  $Bx$ ,  $Cy$  lần lượt lấy các điểm  $B'$ ,  $C'$  sao cho  $BB' = a$ ,  $CC' = m$ .
- Với giá trị nào của  $m$  thì  $AB'C'$  là tam giác vuông ?
  - Khi tam giác  $AB'C'$  vuông tại  $B'$ , kẻ  $AH \perp BC$ . Chứng minh rằng  $B'C'H$  là tam giác vuông. Tính góc giữa hai mặt phẳng ( $ABC$ ) và ( $AB'C'$ ).