

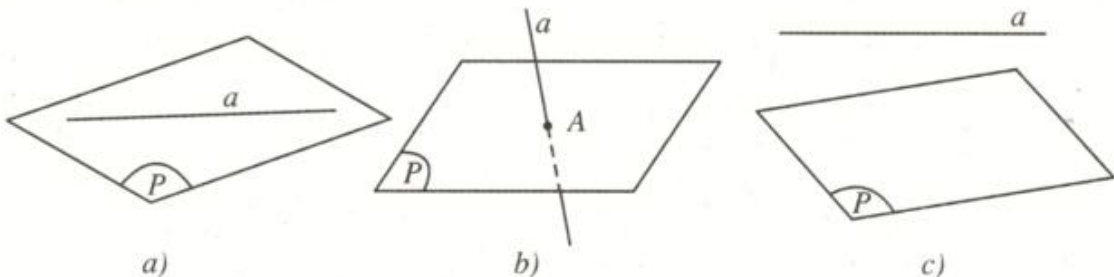
§3

ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG

1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho một đường thẳng a và một mặt phẳng (P) . Ta thấy có ba trường hợp sau đây xảy ra :

- Đường thẳng a và $mp(P)$ có hai điểm chung phân biệt. Khi đó, theo định lí ở §1, đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, tức là $a \subset mp(P)$ (h.55a).
- Đường thẳng a và $mp(P)$ có một điểm chung duy nhất A . Khi đó ta nói a và (P) cắt nhau tại A và viết $a \cap (P) = \{A\}$ hoặc $a \cap (P) = A$ (h.55b).
- Đường thẳng a và $mp(P)$ không có điểm chung nào cả. Khi đó ta nói rằng đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) , hoặc mặt phẳng (P) song song với đường thẳng a , hoặc a và (P) song song với nhau, và viết $a \parallel (P)$ hoặc $(P) \parallel a$ (h.55c).



Hình 55

Vậy ta có định nghĩa sau đây

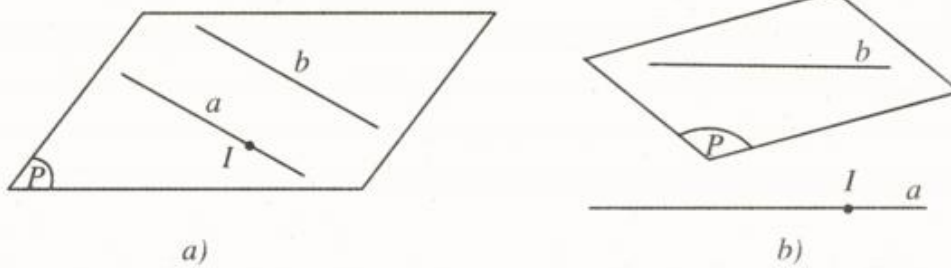
ĐỊNH NGHĨA

|| Một đường thẳng và một mặt phẳng gọi là **song song với nhau** nếu chúng không có điểm chung.

2. Điều kiện để một đường thẳng song song với một mặt phẳng

Nhận xét

Cho đường thẳng b nằm trong $mp(P)$ và một đường thẳng a song song với b . Lấy một điểm I tùy ý trên a . Khi đó, nếu I thuộc (P) thì a nằm trong (P) ; nếu I không thuộc (P) thì a song song với (P) (h.56).



Hình 56

Vậy ta có định lí sau đây

ĐỊNH LÍ 1

Nếu đường thẳng a không nằm trên mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng nào đó nằm trên (P) thì a song song với (P) .

3. Tính chất

Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Khi đó, đường thẳng a có song song với đường thẳng nào nằm trên (P) hay không? Định lí sau đây giúp ta thấy rõ điều đó.

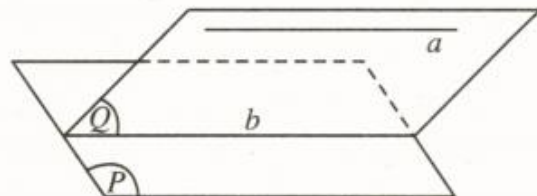
ĐỊNH LÍ 2

Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì mọi mặt phẳng (Q) chứa a mà cắt (P) thì cắt theo giao tuyến song song với a .



1 (Để chứng minh định lí 2)

Hãy vẽ qua a một mặt phẳng (Q) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến b rồi dùng phương pháp phản chứng để chứng minh b song song với a (h.57).



Hình 57

HỆ QUẢ 1

Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.

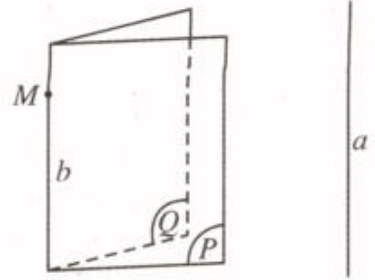
HỆ QUẢ 2

Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.



2 (Để chứng minh hệ quả 2)

Cho hai mặt phẳng (P) , (Q) cùng song song với một đường thẳng a và $(P) \cap (Q) = b$. Lấy một điểm M nằm trên b . Hãy chứng minh rằng các giao tuyến của $\text{mp}(M, a)$ với hai mặt phẳng (P) và (Q) đều trùng với b và từ đó suy ra kết luận của hệ quả (h.58).



Hình 58

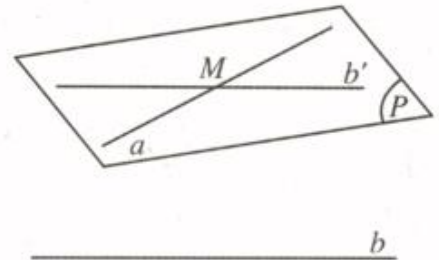
ĐỊNH LÝ 3

Nếu a và b là hai đường thẳng chéo nhau thì có duy nhất một mặt phẳng chứa a và song song với b .

Chứng minh

Lấy một điểm M nằm trên a . Kẻ qua M một đường thẳng b' song song với b (h.59). Khi đó, theo định lý 1, hai đường thẳng a và b' xác định $\text{mp}(P)$ song song với b .

Nếu có mặt phẳng (Q) khác (P) cũng đi qua a và song song với b thì theo hệ quả 2, a là giao tuyến của (P) và (Q) nên $a \parallel b$, trái với giả thiết. Vậy $\text{mp}(P)$ là duy nhất. \square



Hình 59

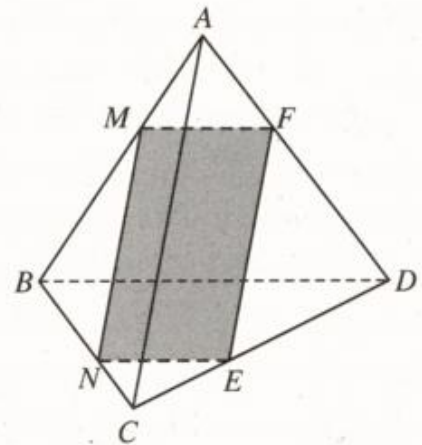
Ví dụ

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là một điểm nằm trên cạnh AB (M khác A và B). Giả sử (P) là mặt phẳng qua M song song với các đường thẳng AC và BD . Hãy xác định thiết diện của hình tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (P) . Thiết diện là hình gì?

Giải (h.60)

Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt BC tại N và kẻ đường thẳng song song với BD cắt AD tại F . Khi ấy, (P) chính là $\text{mp}(MNF)$. Gọi E là

giao điểm của (P) với CD thì thiết diện là tứ giác $MNEF$. Vì đường thẳng MN song song với $mp(ACD)$ nên $mp(P)$ qua MN cắt $mp(ACD)$ theo giao tuyến EF song song với MN . Tương tự, NE song song với MF . Vậy thiết diện cần tìm là hình bình hành $MNEF$. \square



Hình 60

Câu hỏi và bài tập

23. Cho hai đường thẳng a và b cùng song song với $mp(P)$. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau ?
- a) a và b song song với nhau ; b) a và b chéo nhau ;
 c) a và b có thể cắt nhau ; d) a và b trùng nhau.
 e) Các mệnh đề a), b), c), d) đều sai.
24. Cho $mp(P)$ và hai đường thẳng song song a, b . Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau đây ?
- a) Nếu (P) song song với a thì (P) cũng song song với b ;
 b) Nếu (P) song song với a thì (P) song song với b hoặc chứa b ;
 c) Nếu (P) song song với a thì (P) chứa b ;
 d) Nếu (P) cắt a thì (P) cũng cắt b ;
 e) Nếu (P) cắt a thì (P) có thể song song với b ;
 f) Nếu (P) chứa a thì (P) có thể song song với b .
25. Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC .
- a) Xét vị trí tương đối của đường thẳng MN và $mp(BCD)$.
 b) Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (DMN) và (DBC) . Xét vị trí tương đối của d và $mp(ABC)$.
26. Khi cắt tứ diện bằng một mặt phẳng thì thiết diện nhận được có thể là những hình nào sau đây ?
- a) Hình thang ; b) Hình bình hành ; c) Hình thoi.

27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng đi qua O , song song với AB và SC . Thiết diện đó là hình gì ?
28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng đi qua trung điểm M của cạnh AB , song song với BD và SA .