

## §2

# PHÉP TỊNH TIẾN VÀ PHÉP DỜI HÌNH

### . Định nghĩa phép tịnh tiến

Ta nhắc lại định nghĩa phép tịnh tiến đã nói ở Ví dụ 2 §1 :

**Phép tịnh tiến** theo vectơ  $\vec{u}$  là một phép biến hình biến điểm  $M$  thành điểm  $M'$  sao cho  $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ .

Phép tịnh tiến theo vectơ  $\vec{u}$  thường được kí hiệu là  $T$  hoặc  $T_{\vec{u}}$ . Vectơ  $\vec{u}$  được gọi là **vector tịnh tiến**.

? Phép đồng nhất có phải là phép tịnh tiến không ?

### . Các tính chất của phép tịnh tiến



Giả sử phép tịnh tiến theo vectơ  $\vec{u}$  biến hai điểm  $M, N$  lần lượt thành hai điểm  $M', N'$ .

Có nhận xét gì về hai vectơ  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{M'N'}$ ? So sánh độ dài hai vectơ đó.

Vậy ta có định lí

### ĐỊNH LÍ 1

Nếu phép tịnh tiến biến hai điểm  $M$  và  $N$  lần lượt thành hai điểm  $M'$  và  $N'$  thì  $M'N' = MN$ .

Người ta diễn tả tính chất trên của phép tịnh tiến là : Phép tịnh tiến không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

### ĐỊNH LÍ 2

Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

#### Chứng minh

Giả sử phép tịnh tiến biến ba điểm  $A, B, C$  thành ba điểm  $A', B', C'$ . Theo định lí 1, ta có  $A'B' = AB, B'C' = BC$  và  $A'C' = AC$ .

Nếu  $A, B, C$  thẳng hàng,  $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$  thì  $AB + BC = AC$ . Do đó ta cũng có  $A'B' + B'C' = A'C'$ , tức là  $A', B', C'$  thẳng hàng, trong đó  $B'$  nằm giữa  $A'$  và  $C'$ .  $\square$

Từ định lí trên, ta dễ dàng suy ra hệ quả sau đây

#### HỆ QUẢ

Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính, biến góc thành góc bằng nó.

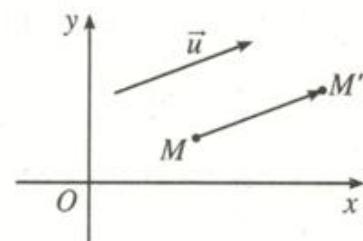
### 3. Biểu thức toạ độ của phép tịnh tiến

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho phép tịnh tiến theo vectơ  $\vec{u}$ .

Biết toạ độ của  $\vec{u}$  là  $(a; b)$ . Giả sử điểm  $M(x; y)$  biến thành điểm  $M'(x'; y')$  (h.3).

Khi đó ta có

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$



Hình 3

Công thức trên gọi là *biểu thức toạ độ của phép tịnh tiến theo vectơ*  $\vec{u}(a; b)$ .



2

Hãy giải thích vì sao có công thức trên.

#### 4. Ứng dụng của phép tịnh tiến

##### Bài toán 1

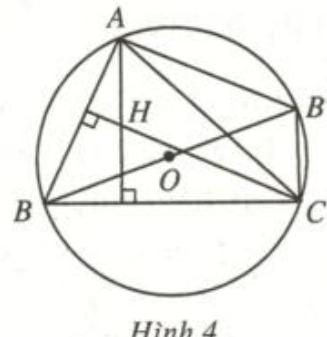
Cho hai điểm  $B, C$  cố định trên đường tròn  $(O; R)$  và một điểm  $A$  thay đổi trên đường tròn đó. Chứng minh rằng trực tâm tam giác  $ABC$  nằm trên một đường tròn cố định.

*Giải*

Nếu  $BC$  là đường kính thì trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  chính là  $A$ . Vậy  $H$  nằm trên đường tròn cố định  $(O; R)$ .

Nếu  $BC$  không phải là đường kính, vẽ đường kính  $BB'$  của đường tròn (h.4).

Để thấy rằng nếu  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$  thì  $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}$  (trên hình 4, điều đó suy từ nhận xét tứ giác  $AHCB'$  là hình bình hành).

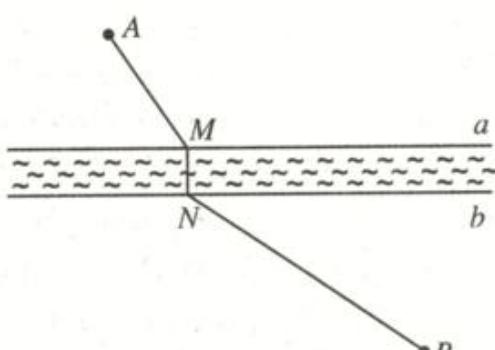


Hình 4

Như vậy, phép tịnh tiến theo vectơ cố định  $\overrightarrow{B'C}$  biến điểm  $A$  thành điểm  $H$ . Do đó, khi  $A$  thay đổi trên  $(O; R)$  thì trực tâm  $H$  luôn nằm trên đường tròn cố định là ảnh của đường tròn  $(O; R)$  qua phép tịnh tiến nói trên.  $\square$

##### Bài toán 2

Hai thôn nằm ở hai vị trí  $A$  và  $B$  cách nhau một con sông (xem rằng hai bờ sông là hai đường thẳng song song) (h.5). Người ta dự định xây một chiếc cầu  $MN$  bắc qua sông (cố nhiên cầu phải vuông góc với bờ sông) và làm hai đoạn đường thẳng từ  $A$  đến  $M$  và từ  $B$  đến  $N$ . Hãy xác định vị trí chiếc cầu  $MN$  sao cho  $AM + BN$  ngắn nhất.



Hình 5

### Nhận xét

Bài toán sẽ rất đơn giản nếu con sông rất hẹp, hẹp đến mức hai bờ sông  $a$  và  $b$  xem như trùng với nhau.



3

Hãy giải bài toán trong trường hợp đặc biệt đó.

Trường hợp tổng quát (h.5) có thể đưa về trường hợp trên bằng một phép tịnh tiến theo vectơ  $\overrightarrow{MN}$  để  $a$  trùng  $b$ . Khi đó điểm  $A$  biến thành điểm  $A'$  sao cho  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MN}$  và do đó  $A'N = AM$ .



4

Từ gợi ý đó, hãy giải bài toán trong trường hợp tổng quát.

## 5. Phép dời hình

Không phải chỉ có phép tịnh tiến "không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm" mà còn nhiều phép biến hình khác cũng có tính chất đó (tính chất này còn được gọi là tính chất *bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm*). Người ta gọi các phép biến hình như vậy là phép dời hình.

### ĐỊNH NGHĨA

|| **Phép dời hình** là phép biến hình không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Chú ý rằng các tính chất đã nêu của phép tịnh tiến được chứng minh chỉ dựa vào tính chất "không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm". Bởi vậy, các phép dời hình cũng có những tính chất đó. Cụ thể ta có

### ĐỊNH LÝ

Phép dời hình biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó, biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính, biến góc thành góc bằng nó.

## Câu hỏi và bài tập

1. Qua phép tịnh tiến  $T$  theo vectơ  $\vec{u} \neq \vec{0}$ , đường thẳng  $d$  biến thành đường thẳng  $d'$ . Trong trường hợp nào thì :  $d$  trùng  $d'$  ?  $d$  song song với  $d'$  ?  $d$  cắt  $d'$  ?
2. Cho hai đường thẳng song song  $a$  và  $a'$ . Tìm tất cả những phép tịnh tiến biến  $a$  thành  $a'$ .
3. Cho hai phép tịnh tiến  $T_{\vec{u}}$  và  $T_{\vec{v}}$ . Với điểm  $M$  bất kì,  $T_{\vec{u}}$  biến  $M$  thành điểm  $M'$ ,  $T_{\vec{v}}$  biến  $M'$  thành điểm  $M''$ . Chứng tỏ rằng phép biến hình biến  $M$  thành  $M''$  là một phép tịnh tiến.
4. Cho đường tròn ( $O$ ) và hai điểm  $A, B$ . Một điểm  $M$  thay đổi trên đường tròn ( $O$ ). Tìm quỹ tích điểm  $M'$  sao cho  $\overrightarrow{MM'} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ .
5. Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , với  $\alpha, a, b$  là những số cho trước, xét phép biến hình  $F$  biến mỗi điểm  $M(x; y)$  thành điểm  $M'(x'; y')$ , trong đó
$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha + a \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha + b. \end{cases}$$
  - a) Cho hai điểm  $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$  và gọi  $M', N'$  lần lượt là ảnh của  $M, N$  qua phép  $F$ . Hãy tìm toạ độ của  $M'$  và  $N'$ .
  - b) Tính khoảng cách  $d$  giữa  $M$  và  $N$ ; khoảng cách  $d'$  giữa  $M'$  và  $N'$ .
  - c) Phép  $F$  có phải là phép dời hình hay không?
  - d) Khi  $\alpha = 0$ , chứng tỏ rằng  $F$  là phép tịnh tiến.
6. Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , xét các phép biến hình sau đây:
  - Phép biến hình  $F_1$  biến mỗi điểm  $M(x; y)$  thành điểm  $M'(y; -x)$ ;
  - Phép biến hình  $F_2$  biến mỗi điểm  $M(x; y)$  thành điểm  $M'(2x; y)$ .Trong hai phép biến hình trên, phép nào là phép dời hình?