

C *hương II.* **HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI**

§1. HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Một hàm số có thể được cho bằng : a) Bảng ; b) Biểu đồ ; c) Công thức ; d) Đồ thị.

Quy ước : Khi cho hàm số $y = f(x)$ bằng công thức mà không chỉ rõ tập xác định của nó thì ta coi tập xác định D của hàm số là tập hợp tất cả các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

2. Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến (hay tăng) trên khoảng $(a ; b)$ nếu

$$\forall x_1, x_2 \in (a ; b) : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

3. Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến (hay giảm) trên khoảng $(a ; b)$ nếu

$$\forall x_1, x_2 \in (a ; b) : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$

4. Xét chiều biến thiên của một hàm số là tìm các khoảng đồng biến và các khoảng nghịch biến của nó. Kết quả được tổng kết trong một bảng gọi là bảng biến thiên.

5. Hàm số $y = f(x)$ với tập xác định D gọi là hàm số chẵn nếu

$$\forall x \in D \text{ thì } -x \in D \text{ và } f(-x) = f(x).$$

Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.

6. Hàm số $y = f(x)$ với tập xác định D gọi là hàm số lẻ nếu

$$\forall x \in D \text{ thì } -x \in D \text{ và } f(-x) = -f(x).$$

Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

B. BÀI TẬP MẪU

BÀI 1

Theo thông báo của Ngân hàng TMCP Phương Nam ta có bảng dưới đây về lãi suất tiền gửi tiết kiệm trong một năm được áp dụng từ 28-5-2012.

Kỳ hạn (số tháng)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lãi suất (% /năm)	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11

Coi lãi suất y là hàm số của kỳ hạn x (kí hiệu $y = f(x)$).

a) Hãy tìm tập xác định của hàm số này.

b) Tìm các giá trị $f(3)$; $f(4)$; $f(10)$; $f(11)$.

c) Hãy tính xem, nếu gửi vào quỹ tiết kiệm a (VNĐ) với kỳ hạn 6 tháng thì cuối kỳ (sau 6 tháng) số tiền lãi là bao nhiêu ? Tính với $a = 10$ triệu VNĐ.

Giải

a) Ta có $D = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 12\}$.

b) $f(3) = f(4) = f(10) = f(11) = 11$.

c) Theo biểu lãi suất, nếu gửi vào quỹ tiết kiệm a (VNĐ) với kỳ hạn 6 tháng thì tiền lãi là $\frac{a \cdot 6}{12} \cdot 11\% = a \cdot 0,5 \cdot 11\%$. Với $a = 10$ triệu sẽ có 550000 VNĐ tiền lãi.

BÀI 2

Tìm tập xác định của các hàm số sau

a) $f(x) = \frac{3x - 2}{4x^2 + 3x - 7}$;

b) $f(x) = \frac{2x + 4}{x - 3} + \sqrt{3x - 5}$.

Giải

Hai hàm số trên đều được cho bằng công thức. Theo quy ước ta có

a) $f(x)$ là một phân thức nên mẫu thức $4x^2 + 3x - 7 \neq 0$, tức là $(x - 1)(4x + 7) \neq 0$ hay $x \neq 1$ và $x \neq -\frac{7}{4}$. Vậy tập xác định của hàm số

đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{1; -\frac{7}{4}\right\}$.

b) Hàm số chỉ xác định với những giá trị của x thoả mãn điều kiện

$$\begin{cases} x \neq 3 \\ 3x - 5 \geq 0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x \neq 3 \\ x \geq \frac{5}{3} \end{cases}.$$

Do đó tập xác định của hàm số đã cho là

$$D = \left[\frac{5}{3}; 3 \right) \cup (3; +\infty).$$

BÀI 3

Xét tính đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau trên khoảng được chỉ ra.

a) $f(x) = -2x^2 - 7$ trên khoảng $(-4; 0)$ và trên khoảng $(3; 10)$;

b) $f(x) = \frac{x}{x-7}$ trên khoảng $(-\infty; 7)$ và trên khoảng $(7; +\infty)$.

Giải

a) $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ và $x_1 \neq x_2$, ta có

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= -2x_1^2 - 7 - (-2x_2^2 - 7) \\ &= 2(x_2^2 - x_1^2) \\ &= -2(x_1 - x_2)(x_1 + x_2). \end{aligned} \quad (*)$$

$\forall x_1, x_2 \in (-4; 0)$ và $x_1 < x_2$, ta có $x_1 - x_2 < 0$ và $x_1 + x_2 < 0$.

Từ (*), suy ra $f(x_1) - f(x_2) < 0$ hay $f(x_1) < f(x_2)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; 0)$.

$\forall x_1, x_2 \in (3; 10)$ và $x_1 < x_2$, ta có $x_1 - x_2 < 0$ và $x_1 + x_2 > 0$.

Từ (*), suy ra $f(x_1) - f(x_2) > 0$ hay $f(x_1) > f(x_2)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; 10)$.

b) $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{7\}$ và $x_1 \neq x_2$, ta có

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1}{x_1 - 7} - \frac{x_2}{x_2 - 7} = \frac{7(x_2 - x_1)}{(x_1 - 7)(x_2 - 7)}. \quad (*)$$

$\forall x_1, x_2 \in (-\infty ; 7)$ và $x_1 < x_2$, từ (*) ta có $f(x_1) - f(x_2) > 0$ hay $f(x_1) > f(x_2)$ (vì $x_2 - x_1 > 0$, $x_1 - 7 < 0$ và $x_2 - 7 < 0$).

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty ; 7)$.

$\forall x_1, x_2 \in (7 ; +\infty)$ và $x_1 < x_2$, từ (*) ta cũng có $f(x_1) > f(x_2)$.

Vậy hàm số cũng nghịch biến trên khoảng $(7 ; +\infty)$.

BÀI 4

Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau

a) $f(x) = \sqrt{2x+3}$; b) $f(x) = \frac{x^2+2}{x}$; c) $f(x) = x^3 - 1$.

Giải

a) Dễ thấy tập xác định của hàm số là $D = \left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$ và $2 \in D$,

nhưng $-2 \notin D$. Vậy hàm số đã cho không là hàm số chẵn, cũng không là hàm số lẻ.

b) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Nếu $x \in D$ thì $x \neq 0$, do đó $-x \neq 0$ và $-x \in D$. Ngoài ra, $\forall x \neq 0$,

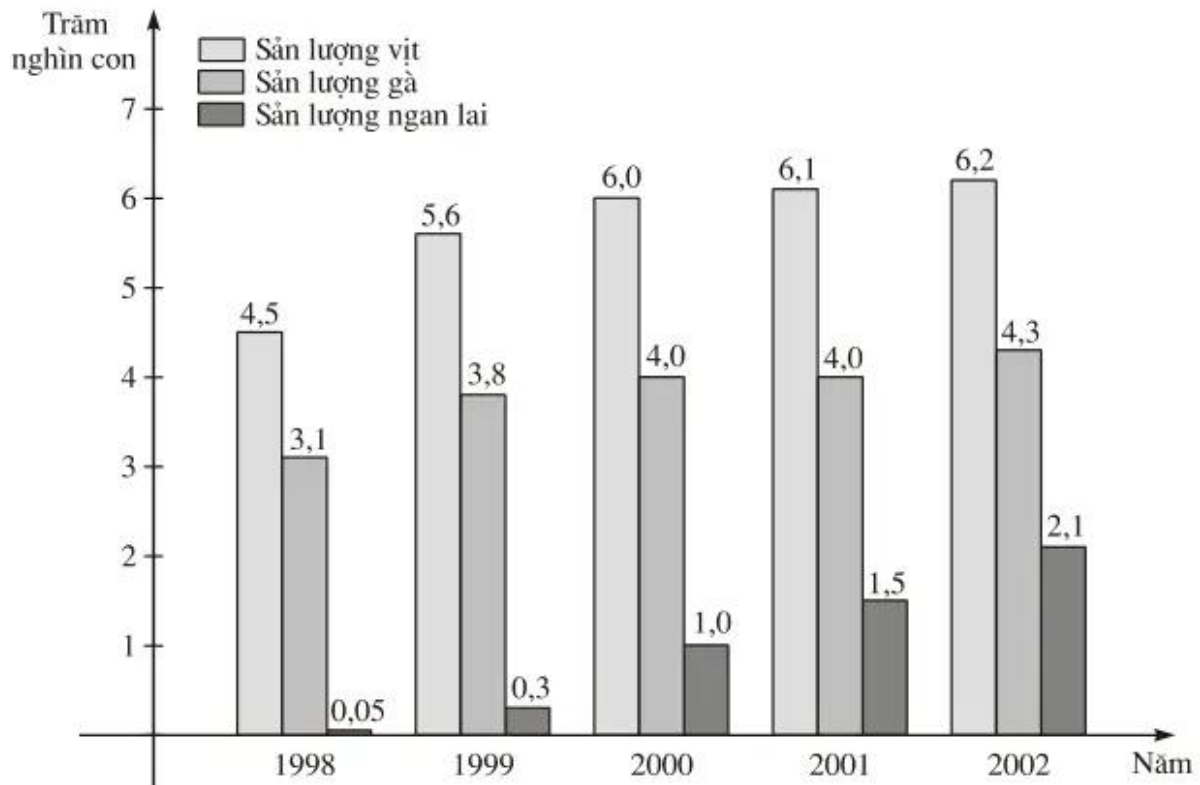
$$f(-x) = \frac{(-x)^2 + 2}{-x} = -\frac{x^2 + 2}{x} = -f(x).$$

Vậy $f(x)$ là hàm số lẻ.

c) Ta có tập xác định $D = \mathbb{R}$ nên thoả mãn điều kiện $x \in D$ thì $-x \in D$. Nhưng $f(-1) = -2 \neq f(1) = 0$ và $f(-1) \neq -f(1)$. Vậy hàm số $f(x)$ không là hàm số chẵn và cũng không là hàm số lẻ.

C. BÀI TẬP

1. Biểu đồ sau (h.3) biểu thị sản lượng vịt, gà và ngan lai qua 5 năm của một trang trại. Coi $y = f(x)$, $y = g(x)$ và $y = h(x)$ tương ứng là các hàm số biểu thị sự phụ thuộc số vịt, số gà và số ngan lai vào thời gian x . Qua biểu đồ, hãy
 - a) Tìm tập xác định của mỗi hàm số đã nêu ;
 - b) Tìm các giá trị $f(2002)$, $g(1999)$, $h(2000)$ và nêu ý nghĩa của chúng ;
 - c) Tính hiệu $h(2002) - h(1999)$ và nêu ý nghĩa của nó.



Hình 3

2. Tìm tập xác định của các hàm số

a) $y = -x^5 + 7x - 3$;

b) $y = \frac{3x + 2}{x - 4}$

c) $y = \sqrt{4x + 1} - \sqrt{-2x + 1}$;

d) $y = \frac{\sqrt{x + 9}}{x^2 + 8x - 20}$;

e) $y = \frac{2x + 1}{(2x + 1)(x - 3)}$;

h) $y = \frac{7 + x}{x^2 + 2x - 5}$.

3. Cho hàm số

$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{2x - 3}{x - 1} & \text{với } x \leq 0 \\ -x^2 + 2x & \text{với } x > 0. \end{cases}$$

Tính giá trị của hàm số đó tại $x = 5$; $x = -2$; $x = 0$; $x = 2$.

4. Cho các hàm số $f(x) = x^2 + 2 + \sqrt{2 - x}$; $g(x) = -2x^3 - 3x + 5$;

$$u(x) = \begin{cases} \sqrt{3 - x} & \text{với } x < 2 \\ \sqrt{x^2 - 4} & \text{với } x \geq 2 ; \end{cases} \quad v(x) = \begin{cases} \sqrt{6 - x}, & x \leq 0 \\ x^2 + 1, & x > 0. \end{cases}$$

Tính các giá trị $f(-2) - f(1)$; $g(3)$; $f(-7) - g(-7)$; $f(-1) - u(-1)$; $u(3) - v(3)$; $v(0) - g(0)$; $\frac{f(2) - f(-2)}{v(2) - v(-3)}$.

5. Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số trên các khoảng tương ứng

a) $y = -2x + 3$ trên \mathbb{R} .

b) $y = x^2 + 10x + 9$ trên $(-5 ; +\infty)$;

c) $y = -\frac{1}{x+1}$ trên $(-3 ; -2)$ và $(2 ; 3)$.

6. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số

a) $y = -2$; b) $y = 3x^2 - 1$; c) $y = -x^4 + 3x - 2$; d) $y = \frac{-x^4 + x^2 + 1}{x}$.