

§2. HÀM SỐ $y = ax + b$

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hàm số bậc nhất $y = ax + b$, ($a \neq 0$)

Tập xác định $D = \mathbb{R}$;

Bảng biến thiên

$a > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
y	$-\infty$	$+\infty$

$a < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\infty$

Đồ thị là một đường thẳng không song song và không trùng với các trục tọa độ. Để vẽ đường thẳng $y = ax + b$ chỉ cần xác định hai điểm khác nhau của nó.

2. Hàm số hằng $y = b$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$;

Hàm số hằng là hàm số chẵn ;

Đồ thị là một đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành và cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0 ; b)$.

3. Hàm số $y = |x|$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$;

Hàm số $y = |x|$ là hàm số chẵn ;

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0 ; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty ; 0)$.

B. BÀI TẬP MẪU

BÀI 1

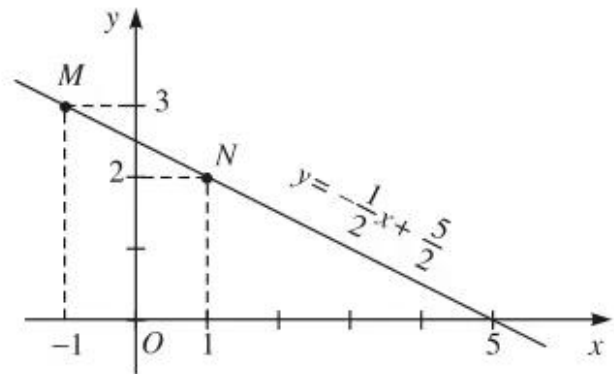
Viết phương trình dạng $y = ax + b$ của đường thẳng đi qua hai điểm $M(-1 ; 3)$ và $N(1 ; 2)$, vẽ đường thẳng đó.

Giải

Vì đường thẳng có phương trình dạng $y = ax + b$ nên ta cần xác định các hệ số a và b . Đường thẳng đó đi qua $M(-1 ; 3)$ và $N(1 ; 2)$, tức là toạ độ của M và N thoả mãn phương trình $y = ax + b$. Ta có

$$\begin{cases} 3 = -a + b \\ 2 = a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 5 \\ 2a = -1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5}{2} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy đường thẳng đã cho có phương trình là $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$, và đồ thị của nó được vẽ trên hình 4.

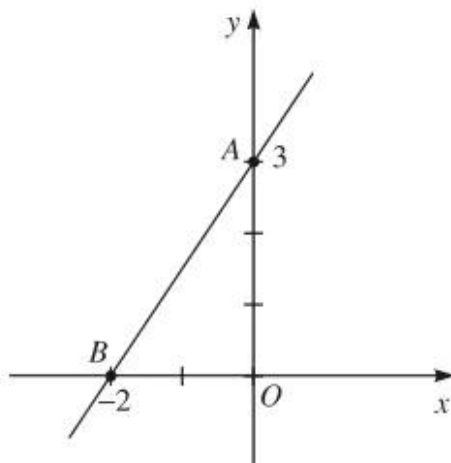


Hình 4

BÀI 2

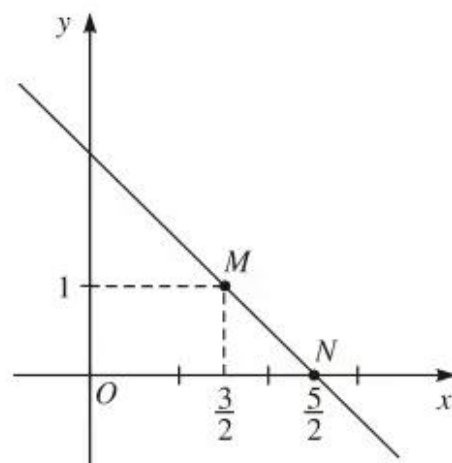
Hãy viết phương trình đường thẳng $y = ax + b$ ứng với mỗi hình sau

a)



Hình 5

b)



Hình 6

Giải

a) Đường thẳng trên hình 5 đi qua hai điểm $A(0 ; 3)$ và $B(-2 ; 0)$. Vì phương trình của đường thẳng có dạng $y = ax + b$ nên ta có

$$\begin{cases} 3 = b \\ 0 = -2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng có phương trình là $y = \frac{3}{2}x + 3$.

b) Tương tự, với hình 6, ta có

$$\begin{cases} 1 = \frac{3}{2}a + b \\ 0 = \frac{5}{2}a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường thẳng là $y = -x + \frac{5}{2}$.

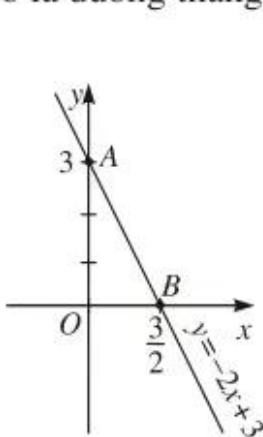
BÀI 3

Vẽ đồ thị của các hàm số sau

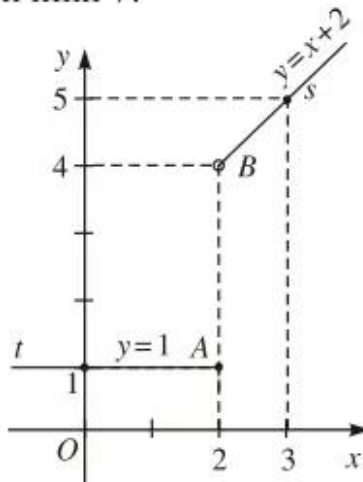
a) $y = -2x + 3$; b) $y = \begin{cases} x + 2 & \text{với } x > 2 \\ 1 & \text{với } x \leq 2 \end{cases}$; c) $y = -\sqrt{2}$.

Giải

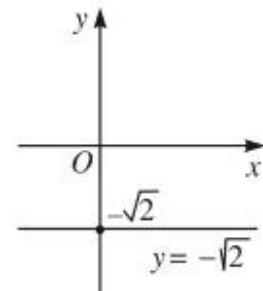
a) Ta thấy các điểm $A(0 ; 3)$ và $B\left(\frac{3}{2} ; 0\right)$ thuộc đồ thị. Vậy đồ thị của hàm số là đường thẳng AB trên hình 7.



Hình 7



Hình 8



Hình 9

b) Đồ thị của hàm số gồm hai nửa đường thẳng (h.8).

Trong nửa khoảng $(-\infty ; 2]$ hàm số cho bởi công thức $y = 1$ nên có đồ thị là nửa đường thẳng At .

Trong khoảng $(2 ; +\infty)$ hàm số cho bởi công thức $y = x + 2$ nên có đồ thị là nửa đường thẳng Bs không kể điểm $(2 ; 4)$.

c) Hàm số $y = -\sqrt{2}$ là hàm hằng, đồ thị được vẽ ở hình 9.

BÀI 4

Vẽ đồ thị của hàm số

a) $y = |x| + 2x ;$

b) $y = |3x - 2|.$

Giải

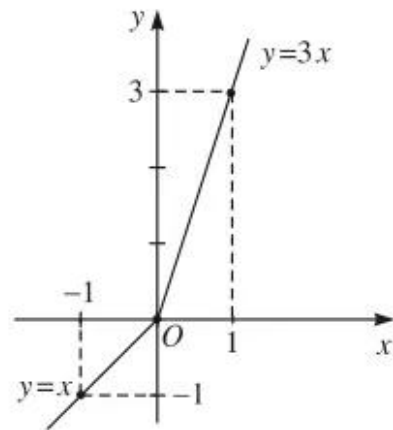
a) Do $|x| = \begin{cases} x & \text{với } x \geq 0 \\ -x & \text{với } x < 0, \end{cases}$

nên có thể viết

$$y = |x| + 2x = \begin{cases} 3x & \text{với } x \geq 0 \\ x & \text{với } x < 0. \end{cases}$$

Từ đó ta thấy hàm số đồng biến trên toàn bộ trục số.

Đồ thị hàm số đã cho được vẽ trên hình 10.



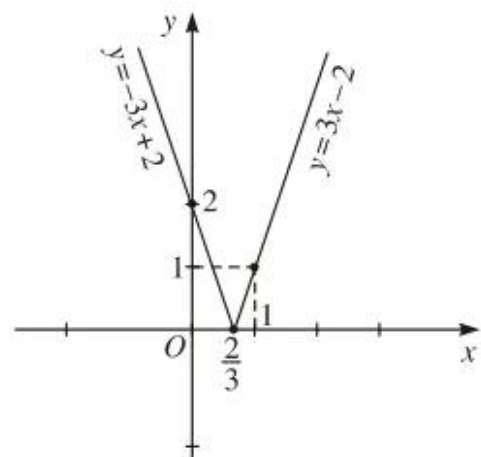
Hình 10

b) Ta có

$$|3x - 2| = \begin{cases} 3x - 2 & \text{với } x \geq \frac{2}{3} \\ -3x + 2 & \text{với } x < \frac{2}{3}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
y	$+\infty$	0	$+\infty$



Hình 11

Đồ thị hàm số đã cho được vẽ trên hình 11.

C. BÀI TẬP

7. Vẽ đồ thị của các hàm số sau và xét tính chẵn lẻ của chúng

a) $y = -\frac{2}{3}x + 2$; b) $y = \frac{4}{3}x - 1$;

c) $y = 3x$; d) $y = 5$; e) $y = \sqrt{2} - 1$.

8. Vẽ đồ thị hàm số

$$y = \begin{cases} 2x - 1 & \text{với } x \geq 1 \\ \frac{1}{2}x + 1 & \text{với } x < 1. \end{cases}$$

9. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $y = 3x - 2$ và đi qua điểm

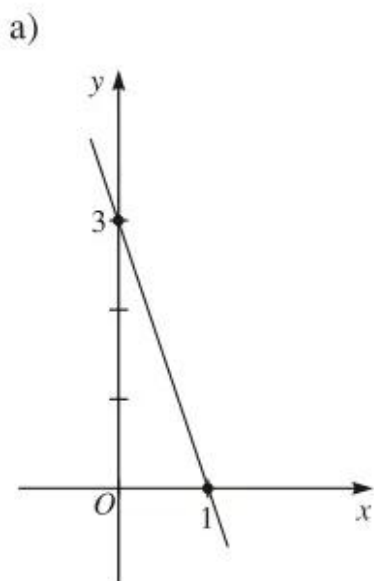
a) $M(2 ; 3)$; b) $N(-1 ; 2)$.

10. Xác định các hệ số a và b để đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm sau

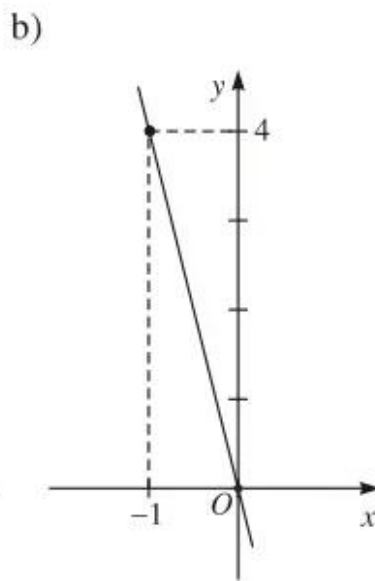
a) $A\left(\frac{2}{3} ; -2\right)$ và $B(0 ; 1)$; b) $M(-1 ; -2)$ và $N(99 ; -2)$;

c) $P(4 ; 2)$ và $Q(1 ; 1)$.

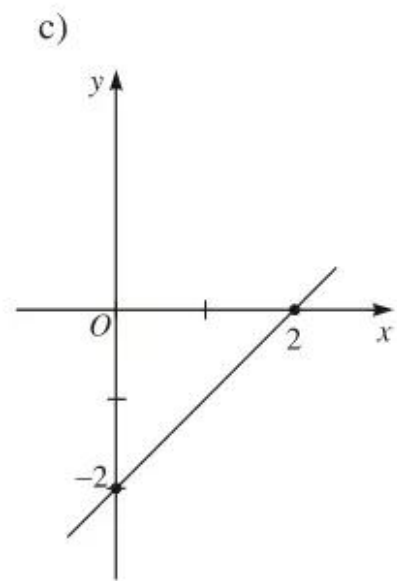
11. Viết phương trình đường thẳng $y = ax + b$ ứng với hình sau



Hình 12



Hình 13



Hình 14

12. Cho hàm số $y = |-x - 3| + |2x + 1| + |x + 1|$. Xét xem điểm nào trong các điểm sau đây thuộc đồ thị của nó.

a) $A(-1 ; 3)$;

b) $B(0 ; 6)$;

c) $C(5 ; -2)$;

d) $D(1 ; 10)$.

13. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của mỗi hàm số

a) $y = |2x - 3|$;

b) $y = \left| -\frac{3}{4}x + 1 \right|$;

c) $y = x + |x|$.