§2. TẬP HỢP

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x, x \in A \Rightarrow x \in B)$

2. $A = B \Leftrightarrow (\forall x, x \in A \Leftrightarrow x \in B)$.

B. BÀI TẬP MẪU

BÀI 1

Liệt kê các phần tử của mỗi tập hợp sau

a) Tập hợp A các số chính phương không vượt quá 100.

b) Tập hợp $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n(n+1) \leq 20\}$.

Giải

a) $A = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100\}$;

b) $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

BÀI 2

Tìm một tính chất đặc trưng xác định các phần tử của mỗi tập hợp sau

a) $A = \{0, 3, 8, 15, 24, 35\}$; b) $B = \{-1+\sqrt{3}\ ; -1-\sqrt{3}\}$.

Giải

a) Nhận xét rằng mỗi số thuộc tập A cộng thêm 1 đều là một chính phương. Từ đó ta có thể viết

$$A = \{n^2 - 1 \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 6\}\ ;$$

b) Dựa vào công thức nghiệm của phương trình bậc hai ta thấy các phần tử của tập B đều là nghiệm của phương trình $x^2 + 2x - 2 = 0$. Vậy có thể viết

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x - 2 = 0\}.$$

BÀI 3

Cho $A = \{2n + 1, n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{4k + 3, k \in \mathbb{N}\}$. Chứng tỏ rằng $B \subset A$.

Giải

Giả sử $x \in B$, $x = 4k + 3$, $k \in \mathbb{N}$. Khi đó ta có thể viết $x = 2(2k + 1) + 1$. Đặt $n = 2k + 1$ thì $n \in \mathbb{N}$ và ta có $x = 2n + 1$, suy ra $x \in A$. Như vậy $x \in B \Rightarrow x \in A$ hay $B \subset A$.

C. BÀI TẬP

18. Kí hiệu T là tập hợp các học sinh của trường, 10A là tập hợp các học sinh lớp 10A của trường. Biết rằng An là một học sinh của lớp 10A. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề đúng ?

a) An $\in T$; b) An $\subset$ 10A ; c) An $\in$ 10A ;

d) 10A $\in T$; e) 10A $\subset T$.

19. Tìm một tính chất đặc trưng cho các phần tử của mỗi tập hợp sau

a) $A = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}\right\}$; b) $B = \left\{\frac{2}{3}, \frac{3}{8}, \frac{4}{15}, \frac{5}{24}, \frac{6}{35}\right\}$.

20. Liệt kê các phần tử của tập hợp

a) $A = \{3k - 1 \mid k \in \mathbb{Z}, -5 \le k \le 3\}$;

b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 10\}$;

c) $C = \left\{x \in \mathbb{Z} \,\middle|\, 3 < |x| \le \frac{19}{2}\right\}$.

21. 1. Tìm tất cả các tập hợp con của các tập hợp sau :

a) $A = \{a\}$; b) $B = \{a, b\}$; c) $\varnothing$.

2. Tập hợp A có bao nhiêu tập hợp con, nếu

a) A có 1 phần tử ? b) A có 2 phần tử ? c) A có 3 phần tử ?

22. Cho hai tập hợp

$$A = \{3k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}, B = \{6m + 4 \mid m \in \mathbb{Z}\}.$$

Chứng tỏ rằng $B \subset A$.