

§3. DẤU CỦA NHỊ THỨC BẬC NHẤT

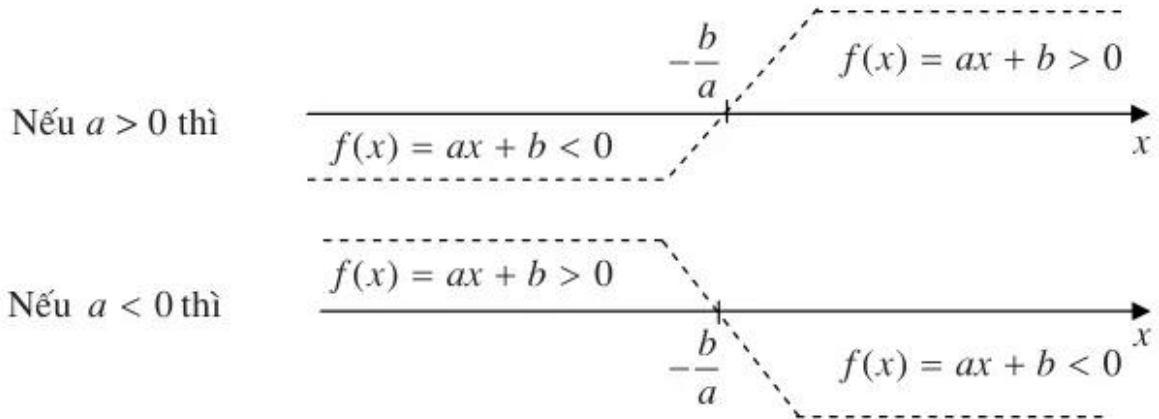
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Dấu của nhị thức bậc nhất $f(x) = ax + b$

a) Bảng xét dấu

x		$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$	
$f(x) = ax + b$	$a > 0$		-	0	+
	$a < 0$		+	0	-

b) Sử dụng trục số



2. Khử dấu giá trị tuyệt đối

a) Bảng khử dấu giá trị tuyệt đối

x		$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ ax + b $	$a > 0$	$-(ax + b)$	0	$ax + b$
	$a < 0$	$ax + b$	0	$-(ax + b)$

b) Đồng nhất thức $|x|^2 = x^2, \forall x$.

c) Hai cặp bất đẳng thức tương đương (điều kiện $a > 0$)

$$|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a ;$$

$$|x| \geq a \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a. \end{cases}$$

B. BÀI TẬP MẪU

BÀI 1

Giải bất phương trình $|2x - 1| \leq x + 2$.

Giải

Nếu $x + 2 < 0$ hay $x < -2$ thì bất phương trình vô nghiệm. Nếu $x \geq -2$ thì

$$|2x - 1| \leq x + 2 \Leftrightarrow -(x + 2) \leq 2x - 1 \leq (x + 2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ -1 \leq 3x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 3.$$

BÀI 2

Giải bất phương trình

$$|x - 1| \leq 2|-x - 4| + x - 2.$$

Giải

Khử dấu giá trị tuyệt đối

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$
$ x - 1 $	$-(x - 1)$	$-(x - 1)$	0	$x - 1$
$2 -x - 4 $	$2(-x - 4)$	0	$-2(-x - 4)$	$-2(-x - 4)$

a) Với $x \leq -4$ bất phương trình trở thành

$$-x + 1 \leq -2x - 8 + x - 2 \text{ hay } 1 \leq -10,$$

do đó trong khoảng $(-\infty ; -4]$, bất phương trình vô nghiệm.

b) Với $-4 < x \leq 1$ bất phương trình trở thành

$$-x + 1 \leq 2x + 8 + x - 2. \quad (1)$$

Ta có (1) $\Leftrightarrow 4x \geq -5 \Leftrightarrow x \geq -\frac{5}{4}.$

Vậy trong khoảng $(-4 ; 1]$, bất phương trình có nghiệm là

$$-\frac{5}{4} \leq x \leq 1.$$

c) Với $x > 1$ thì bất phương trình đã cho tương đương với

$$x - 1 \leq 2x + 8 + x - 2. \quad (2)$$

Ta có (2) $\Leftrightarrow 2x \geq -7$
 $\Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{2}$.

Vậy mọi $x > 1$ đều là nghiệm của bất phương trình.

Tổng hợp các kết quả ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là

$$-\frac{5}{4} \leq x \leq 1 \text{ và } x > 1 \text{ hay } -\frac{5}{4} \leq x < +\infty.$$

C. BÀI TẬP

Xét dấu các biểu thức sau

27. $f(x) = (-2x + 3)(x - 2)(x + 4)$.

28. $f(x) = \frac{2x + 1}{(x - 1)(x + 2)}$.

29. $f(x) = \frac{3}{2x - 1} - \frac{1}{x + 2}$.

30. $f(x) = (4x - 1)(x + 2)(3x - 5)(-2x + 7)$.

Giải các bất phương trình sau

31. $\frac{3}{2 - x} < 1$.

32. $\frac{x^2 + x - 3}{x^2 - 4} \geq 1$.

33. $\frac{1}{x - 1} + \frac{1}{x + 2} > \frac{1}{x - 2}$.

34. $|x - 3| > -1$.

35. $|5 - 8x| \leq 11$.

36. $|x + 2| + |-2x + 1| \leq x + 1$.