

§3. PHƯƠNG TRÌNH

VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT NHIỀU ẨN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng

$$ax + by = c,$$

trong đó a, b, c là các số thực đã cho và a, b không đồng thời bằng 0.

2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$$

trong đó cả hai phương trình đều là phương trình bậc nhất hai ẩn.

Có hai cách giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn quen thuộc.

a) *Phương pháp thế*. Từ một phương trình của hệ biểu thị một ẩn qua ẩn kia rồi thay vào phương trình còn lại.

b) *Phương pháp cộng*. Biến đổi cho hệ số của một ẩn trong hai phương trình là hai số đối nhau rồi cộng từng vế hai phương trình lại.

3. Dạng tam giác của hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn là

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ \quad b_2y + c_2z = d_2 \\ \quad \quad c_3z = d_3, \end{cases} \quad (1)$$

hoặc

$$\begin{cases} a_1x & = d_1 \\ a_2x + b_2y & = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z & = d_3. \end{cases} \quad (2)$$

Cách giải. Từ phương trình cuối của hệ (1) tính được z , thay vào phương trình thứ hai tính được y rồi thay vào phương trình đầu tính được x .

Từ phương trình đầu của hệ (2) tính được x , thay vào phương trình thứ hai tính được y rồi thay vào phương trình thứ ba tính được z .

4. Hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn có dạng

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases}$$

Cách giải. Dùng phương pháp Gau-xơ khử dần ẩn số để đưa về hệ phương trình dạng tam giác.

B. BÀI TẬP MẪU

BÀI 1

Giải các hệ phương trình

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ -5x + 3y = 4; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -4x + 5y = -3 \\ 7x + 3y = 8; \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{2}{5}y = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}x + \frac{4}{5}y = -\frac{1}{3}; \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 0,4x - 0,3y = 0,6 \\ -0,3x - 0,2y = -1,3. \end{cases}$$

Giải

a) Từ phương trình thứ nhất suy ra

$$x = \frac{4y + 2}{3}.$$

Thay biểu thức của x vào phương trình thứ hai ta được

$$-5\left(\frac{4y + 2}{3}\right) + 3y = 4 \Rightarrow -\frac{11}{3}y = \frac{22}{3} \Rightarrow y = -2.$$

Từ đó

$$x = \frac{4(-2) + 2}{3} = -2.$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(-2; -2)$.

b) Ta có

$$\begin{cases} -4x + 5y = -3 \\ 7x + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -28x + 35y = -21 \\ 28x + 12y = 32. \end{cases}$$

Cộng từng vế hai phương trình ta được $47y = 11 \Leftrightarrow y = \frac{11}{47}$.

Thay $y = \frac{11}{47}$ vào một trong hai phương trình của hệ đã cho ta được $x = \frac{49}{47}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\left(\frac{49}{47}; \frac{11}{47}\right)$.

c) Ta có

$$\begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{2}{5}y = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}x + \frac{4}{5}y = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x - \frac{4}{5}y = 1 \\ -\frac{3}{2}x - \frac{12}{5}y = 1. \end{cases}$$

Cộng từng vế hai phương trình ta được $-\frac{16}{5}y = 2$ suy ra $y = -\frac{5}{8}$.

Thay $y = -\frac{5}{8}$ vào một trong hai phương trình đã cho ta được $x = \frac{1}{3}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\left(\frac{1}{3}; -\frac{5}{8}\right)$.

d) Ta có

$$\begin{cases} 0,4x - 0,3y = 0,6 \\ -0,3x - 0,2y = -1,3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,2x - 0,9y = 1,8 \\ -1,2x - 0,8y = -5,2. \end{cases}$$

Cộng từng vế hai phương trình ta được $-1,7y = -3,4$ suy ra $y = 2$.

Thay $y = 2$ vào một trong hai phương trình của hệ, ta được $x = 3$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(3; 2)$.

BÀI 2

Tìm một số có hai chữ số, biết hiệu của hai chữ số đó bằng 3. Nếu viết các chữ số theo thứ tự ngược lại thì được một số bằng $\frac{4}{5}$ số ban đầu trừ đi 10.

Giải

Gọi chữ số hàng chục là x , chữ số hàng đơn vị là y thì số phải tìm là $10x + y$. Điều kiện bài toán là x, y nguyên và $1 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9$.

Số ban đầu là $10x + y$ thì số viết theo thứ tự ngược lại là $10y + x$.

Theo giả thiết số viết theo thứ tự ngược lại phải nhỏ hơn số ban đầu, cho nên phải có $x > y$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + 10y = \frac{4}{5}(10x + y) - 10. \end{cases}$$

Thay $x = y + 3$ vào phương trình thứ hai của hệ, ta được

$$11y = 55 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow x = 8.$$

Vậy số phải tìm là 85.

BÀI 3

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 4 \\ -4x + 2y + 5z = -6 \\ 2x + 5y + 3z = 8. \end{cases}$$

Giải

Nhân hai vế của phương trình đầu với 2 rồi cộng từng vế với phương trình thứ hai, ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 4 \\ -4y + 9z = 2 \\ 2x + 5y + 3z = 8. \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình đầu với -1 rồi cộng từng vế với phương trình thứ ba, ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 4 \\ -4y + 9z = 2 \\ 8y + z = 4. \end{cases}$$

Như vậy, ta đã khử được ẩn x trong hai phương trình cuối. Để khử ẩn y trong phương trình thứ ba, ta nhân hai vế của phương trình thứ hai với 2 rồi cộng từng vế với phương trình thứ ba ta được hệ phương trình có dạng tam giác

$$\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 4 \\ -4y + 9z = 2 \\ 19z = 8. \end{cases}$$

Từ phương trình cuối suy ra $z = \frac{8}{19}$. Thay giá trị này của z vào phương

trình thứ hai, ta được $y = \frac{17}{38}$. Cuối cùng, thay các giá trị của y và z vừa tìm

được vào phương trình đầu ta tìm được $x = \frac{171}{76}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là

$$(x ; y ; z) = \left(\frac{171}{76} ; \frac{17}{38} ; \frac{8}{19} \right).$$

BÀI 4

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} -3x + 2y - z = -2 \\ 5x - 3y + 2z = 10 \\ 2x - 2y - 3z = -9. \end{cases}$$

Giải

Nhận xét. Đối với hệ phương trình này, việc khử ẩn x không đơn giản lắm. Tuy nhiên, nếu chú ý đến hệ số của z ở ba phương trình, ta thấy dễ khử ẩn z ở hai phương trình cuối.

Nhân hai vế của phương trình đầu với 2 rồi cộng từng vế với phương trình thứ hai. Nhân hai vế của phương trình đầu với -3 rồi cộng từng vế với phương trình thứ ba, ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} -3x + 2y - z = -2 \\ -x + y = 6 \\ 11x - 8y = -3. \end{cases}$$

Đến đây, ta thấy dễ khử ẩn x (hoặc ẩn y) trong phương trình thứ ba. Chẳng hạn, nhân hai vế của phương trình thứ hai với 8 rồi cộng từng vế với phương trình thứ ba, ta được

$$\begin{cases} -3x + 2y - z = -2 \\ -x + y = 6 \\ 3x = 45. \end{cases}$$

Hệ phương trình này có dạng tam giác. Giải lần lượt từ phương trình thứ ba lên ta được $x = 15, y = 21, z = -1$.

Đáp số: $(x ; y ; z) = (15 ; 21 ; -1)$.

BÀI 5

Ba cô Lan, Hương và Thuý cùng thêu một loại áo giống nhau. Số áo của Lan thêu trong 1 giờ ít hơn tổng số áo của Hương và Thuý thêu trong 1 giờ là 5 áo. Tổng số áo của Lan thêu trong 4 giờ và Hương thêu trong 3 giờ nhiều hơn số áo của Thuý thêu trong 5 giờ là 30 áo. Số áo của Lan thêu trong 2 giờ cộng với số áo của Hương thêu trong 5 giờ và số áo của Thuý thêu trong 3 giờ tất cả được 76 áo. Hỏi trong 1 giờ mỗi cô thêu được mấy áo ?

Giải

Gọi x, y, z lần lượt là số áo của Lan, Hương, Thuý thêu trong 1 giờ. Điều kiện là x, y, z nguyên dương.

Từ giả thiết của bài toán ta có

$$\begin{cases} x = y + z - 5 \\ 4x + 3y - 5z = 30 \\ 2x + 5y + 3z = 76 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y - z = -5 \\ 4x + 3y - 5z = 30 \\ 2x + 5y + 3z = 76. \end{cases}$$

Đưa về dạng tam giác, ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y - z = -5 \\ 7y - z = 50 \\ 6z = 36. \end{cases}$$

Hệ này có nghiệm $(x; y; z) = (9; 8; 6)$.

Kết luận. Trong một giờ, Lan thêu được 9 áo, Hương thêu được 8 áo, Thuý thêu được 6 áo.

C. BÀI TẬP**12. Giải các hệ phương trình**

a) $\begin{cases} 5x + 3y = -7 \\ 2x - 4y = 6; \end{cases}$

b) $\begin{cases} 7x + 14y = 17 \\ 2x + 4y = 5; \end{cases}$

$$c) \begin{cases} \frac{2}{5}x + \frac{3}{7}y = \frac{1}{3} \\ \frac{5}{3}x - \frac{5}{7}y = \frac{2}{3}; \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} -0,2x + 0,5y = 1,7 \\ 0,3x + 0,4y = 0,9. \end{cases}$$

13. Một công ti có 85 xe chở khách gồm hai loại, xe chở được 4 khách và xe chở được 7 khách. Dùng tất cả số xe đó, tối đa công ti chở một lần được 445 khách. Hỏi công ti đó có mấy xe mỗi loại ?

14. Giải các hệ phương trình

$$a) \begin{cases} x - 2y + z = 12 \\ 2x - y + 3z = 18 \\ -3x + 3y + 2z = -9; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y + z = 7 \\ 3x - 2y + 2z = 5 \\ 4x - y + 3z = 10. \end{cases}$$

15. Giải các hệ phương trình sau bằng máy tính bỏ túi

$$a) \begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{7}{3}y = \frac{4}{5} \\ \frac{2}{5}x + \frac{2}{7}y = \frac{2}{9}; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3,7x + 4,3y = -2,5 \\ -5,1x + 2,7y = 4,8. \end{cases}$$

16. Giải các hệ phương trình sau bằng máy tính bỏ túi

$$a) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 12 \\ -4x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 7 \\ 5x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 12; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 0,3x - 4,7y + 2,3z = 4,9 \\ -2,1x + 3,2y + 4,5z = 7,6 \\ 4,2x - 2,7y + 3,7z = 5,7. \end{cases}$$

17. Một chủ cửa hàng bán lẻ mang 1 500 000 đồng đến ngân hàng đổi tiền xu để trả lại cho người mua. Ông ta đổi được tất cả 1 450 đồng tiền xu các loại 2000 đồng, 1000 đồng và 500 đồng. Biết rằng số tiền xu loại 1 000 đồng bằng hai lần hiệu của số tiền xu loại 500 đồng với số tiền xu loại 2000 đồng. Hỏi mỗi loại có bao nhiêu đồng tiền xu ?

18. Tìm giá trị của m để các hệ phương trình sau vô nghiệm

$$a) \begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ mx - 2y = 2; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - my = 5 \\ x + y = 7. \end{cases}$$