

## §4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình

$$ax + by \leq c \quad (1)$$

trong đó  $a$  và  $b$  là hai số không đồng thời bằng 0.

*Bước 1.* Trên mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , vẽ đường thẳng ( $\Delta$ ) :  $ax + by = c$ .

*Bước 2.* Lấy một điểm  $M_0(x_0 ; y_0) \notin (\Delta)$  (ta thường lấy gốc toạ độ  $O$ )

*Bước 3.* Tính  $ax_0 + by_0$  và so sánh  $ax_0 + by_0$  với  $c$ .

*Bước 4.* Kết luận

Nếu  $ax_0 + by_0 < c$  thì nửa mặt phẳng bờ ( $\Delta$ ) chứa  $M_0$  là miền nghiệm của  $ax + by \leq c$ .

Nếu  $ax_0 + by_0 > c$  thì nửa mặt phẳng bờ ( $\Delta$ ) không chứa  $M_0$  là miền nghiệm của  $ax + by \leq c$ .

- Bỏ bờ miền nghiệm của bất phương trình (1) ta được miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by < c$ .

Miền nghiệm của các bất phương trình  $ax + by \geq c$  và  $ax + by > c$  được xác định tương tự.

- Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

$$\begin{cases} ax + by \leq c \\ a'x + b'y \leq c' \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng ( $\Delta$ ) :  $ax + by = c$  và ( $\Delta'$ ) :  $a'x + b'y = c'$ .

Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình và tìm giao của chúng.

- Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các biểu thức dạng  $F = ax + by$ , trong đó  $x, y$  nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đã cho.

Vẽ miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Miền nghiệm nhận được thường là một miền đa giác. Tính giá trị của  $F$  ứng với  $(x ; y)$  là toạ độ các đỉnh của miền đa giác này rồi so sánh các kết quả từ đó suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức.

## B. BÀI TẬP MẪU

### BÀI 1

Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình

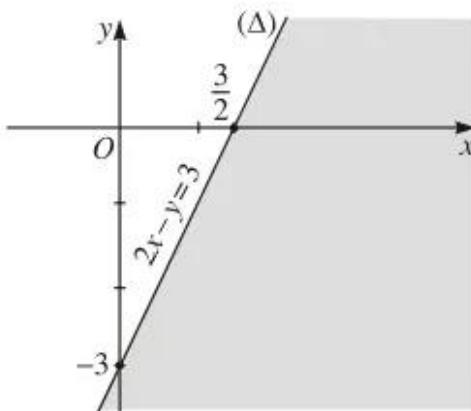
$$2x - y \leq 3.$$

*Giải*

Vẽ đường thẳng  $(\Delta)$  có phương trình

$$2x - y = 3.$$

Ta thấy  $c = 3 > 0$  nên miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng bờ  $(\Delta)$ , chứa gốc toạ độ (phần mặt phẳng không bị tô đen (kể cả bờ)) (h.43).



Hình 43

### BÀI 2

a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình

$$(H) \begin{cases} x + y + 2 \leq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ 2x - y + 1 \geq 0; \end{cases}$$

b) Tìm  $x, y$  thoả mãn  $(H)$  sao cho  $F = 2x + 3y$  đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

*Giải*

a) Vẽ ba đường thẳng  $x + y = -2$ ,  $x - y = 1$ ,  $2x - y = -1$ .

Tìm toạ độ giao điểm của ba cặp đường thẳng bằng cách giải ba hệ phương trình

$$(a) \begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{3}{2}; \end{cases}$$

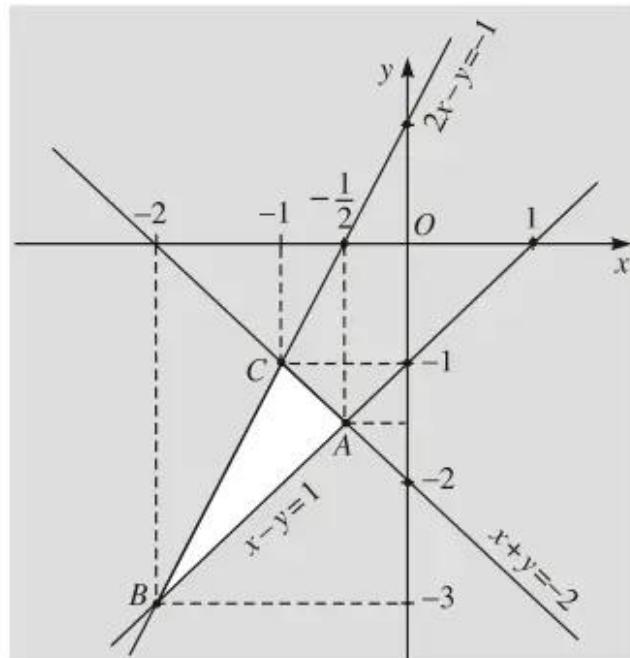
$$(b) \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases};$$

$$(c) \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}.$$

Ta được ba giao điểm

$$A\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right); B(-2; -3); C(-1; -1).$$

Vì điểm  $O(0; 0)$  có tọa độ không thoả mãn bất phương trình đầu và thoả mãn hai bất phương trình cuối của hệ nên miền nghiệm của hệ  $(H)$  là miền tam giác  $ABC$  (kể cả biên) (h.44).



Hình 44

b) Lập bảng

	$A\left(\frac{-1}{2}; \frac{-3}{2}\right)$	$B(-2; -3)$	$C(-1; -1)$
$F = 2x + 3y$	$-\frac{11}{2}$	-13	-5

Do đó  $F = 2x + 3y$  đạt giá trị lớn nhất bằng  $-5$  tại  $x = -1, y = -1$ ;  $F = 2x + 3y$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $-13$  tại  $x = -2, y = -3$ .

### C. BÀI TẬP

37. Biểu diễn hình học tập nghiệm của các bất phương trình sau

- |                   |                           |                           |
|-------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) $3 + 2y > 0$ ; | b) $2x - 1 < 0$ ;         | c) $x - 5y < 2$ ;         |
| d) $2x + y > 1$ ; | e) $-3x + y + 2 \leq 0$ ; | f) $2x - 3y + 5 \geq 0$ . |

**38.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của các hệ bất phương trình sau

a) 
$$\begin{cases} 2x - 1 \leq 0 \\ -3x + 5 < 0 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x - 3y + 1 > 0 \end{cases}$$

**39.** Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích 8a. Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3 000 000 đồng trên một a, nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4 000 000 đồng trên một a. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công không quá 180 ?