

BÀI TẬP ÔN TẬP CHƯƠNG IV

59. Chứng minh rằng

$$(x^2 - y^2)^2 \geq 4xy(x - y)^2, \quad \forall x, y.$$

60. Chứng minh rằng

$$x^2 + 2y^2 + 2xy + y + 1 > 0, \quad \forall x, y.$$

61. Chứng minh rằng

$$(a + 1)(b + 1)(a + c)(b + c) \geq 16abc, \text{ với } a, b, c \text{ là những số dương tùy ý.}$$

62. Chứng minh rằng

$$a + b + c \leq \frac{1}{2} \left(a^2b + b^2c + c^2a + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right),$$

với a, b, c là những số dương tùy ý.

63. Cho a, b, c là ba số thực thoả mãn điều kiện $a^3 > 36$ và $abc = 1$.

$$\text{Xét tam thức bậc hai } f(x) = x^2 - ax - 3bc + \frac{a^2}{3}.$$

a) Chứng minh rằng $f(x) > 0, \forall x$;

b) Từ câu a) suy ra $\frac{a^2}{3} + b^2 + c^2 > ab + bc + ca$.

64. Giải và biện luận bất phương trình sau theo tham số m

$$(m - 1)\sqrt{x} \leq 0.$$

65. Tìm a và b để bất phương trình

$$(x - 2a + b - 1)(x + a - 2b + 1) \leq 0$$

có tập nghiệm là đoạn $[0 ; 2]$.

66. Tìm a và b ($b > -1$) để hai bất phương trình sau tương đương

$$(x - a + b)(x + 2a - b - 1) \leq 0 \quad (1)$$

và $|x + a - 2| \leq b + 1. \quad (2)$

67. a) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ đồ thị các hàm số sau

$$y = f(x) = |x + 3| - 1 ;$$

$$y = g(x) = |2x - m| ;$$

trong đó m là tham số.

Xác định hoành độ các giao điểm của mỗi đồ thị với trục hoành.

b) Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi giá trị của x

$$|2x - m| > |x + 3| - 1.$$