

## BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

1. Xác định parabol  $y = ax^2 + bx + c$  trong hai trường hợp sau

a) Parabol nhận trục tung làm trục đối xứng và cắt đường thẳng  $y = \frac{x}{2}$  tại các điểm có hoành độ là  $-1$  và  $\frac{3}{2}$ .

b) Parabol đi qua gốc toạ độ và có đỉnh là điểm  $(1 ; 2)$ .

c) Parabol đi qua hai điểm  $A(-1 ; 2)$ ,  $B(2 ; 3)$  và có trục đối xứng là đường thẳng  $x = 1$ .

2. Tìm các giá trị của  $k$  sao cho phương trình

$$(k - 1)x^2 + (k + 4)x + k + 7 = 0$$

có các nghiệm bằng nhau

3. Với những giá trị nào của  $a$ , hiệu giữa hai nghiệm của phương trình

$$2x^2 - (a + 1)x + (a - 1) = 0$$

bằng tích của chúng ?

4. Hãy xác định  $k$  để hiệu giữa các nghiệm của phương trình  $5x^2 - kx + 1 = 0$  bằng 1.

5. Tìm giá trị của  $a$  sao cho tổng các nghiệm của phương trình

$$x^2 - 2a(x - 1) - 1 = 0$$

bằng tổng bình phương các nghiệm đó.

6. Không giải phương trình

$$3x^2 - 5x - 2 = 0,$$

hãy tính tổng lập phương các nghiệm của nó.

7. Tính  $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$ , trong đó  $x_1$  và  $x_2$  là các nghiệm của phương trình bậc hai

$$2x^2 - 3ax - 2 = 0.$$

8. Tìm giá trị của  $a$  sao cho phương trình

$$x^2 - 6ax + 2 - 2a + 9a^2 = 0$$

có hai nghiệm dương phân biệt và đều lớn hơn 3.

9. Tìm các giá trị nguyên của  $k$  sao cho phương trình

$$(k - 12)x^2 + 2(k - 12)x + 2 = 0$$

vô nghiệm.

10. Cho phương trình bậc hai

$$ax^2 - 2(a + 1)x + (a + 1)^2 a = 0. \quad (E)$$

Kí hiệu  $S$  là tổng,  $P$  là tích các nghiệm (nếu có) của phương trình trên.

a) Với giá trị nào của  $a$ , phương trình (E) có nghiệm ?

b) Biện luận dấu của  $S$  và  $P$ . Từ đó suy ra dấu các nghiệm của (E).

c) Tìm hệ thức giữa  $S$  và  $P$  độc lập đối với  $a$ .

d) Với những giá trị nào của  $a$ , các nghiệm  $x_1, x_2$  của (E) thoả mãn hệ thức  $x_1 = 3x_2$  ? Tìm các nghiệm  $x_1, x_2$  trong mỗi trường hợp đó.

11. Giải và biện luận các hệ phương trình sau

a) (1) 
$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ ax + y = 2a ; \end{cases}$$

b) (2) 
$$\begin{cases} ax + y = a \\ x + ay = a^2. \end{cases}$$

12. Với những giá trị nào của  $m$ , hệ phương trình sau có vô số nghiệm ?

a) (3) 
$$\begin{cases} (m - 2)x + 27y = 4,5 \\ 2x + (m + 1)y = -1 ; \end{cases}$$

b) (4) 
$$\begin{cases} 3x + my = 3 \\ mx + 3y = 3. \end{cases}$$

13. Giải các hệ phương trình sau

a) 
$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 ; \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 13 \\ x + y - \sqrt{xy} = 3. \end{cases}$$

14. Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 - xy = 28 \\ y^2 - xy = -12 ; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 5(x + y) + 2xy = -19 \\ 15xy + 5(x + y) = -175. \end{cases}$$

15. Giải các bất phương trình sau

$$\text{a) } 3x^2 - 7x + 4 \leq 0 ;$$

$$\text{b) } x^2 - 3x + 5 > 0 ;$$

$$\text{c) } |x - 2| \leq 2x^2 - 9x + 9 ;$$

$$\text{d) } x^2 + 4 \geq |3x + 2| - 7x ;$$

$$\text{e) } \frac{2x + 3}{x^2 + x - 12} \leq \frac{1}{2} ;$$

$$\text{g) } \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{x^2 - x - 30} > 0.$$

16. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tìm tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$ , biết tọa độ trung điểm của các cạnh  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  lần lượt là  $M(1 ; 2)$ ,  $N(3 ; -5)$ ,  $P(5 ; 7)$ .

17. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  hãy tìm tọa độ các đỉnh  $M$ ,  $N$  của hình vuông  $AMBN$ , biết tọa độ hai đỉnh  $A(1 ; 1)$  và  $B(3 ; 5)$ .

18. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2y - x \leq 6 \\ 9x + 4y \leq 56 \\ 3x + 5y \geq 4. \end{cases}$$

19. Cho các số liệu thống kê ghi trong bảng sau

*Thời gian giải xong một bài tập Toán của 44 học sinh lớp 10A,  
trường Trung học phổ thông K*

23,5	23,0	21,1	23,7	23,2	21,9	24,0	22,7
19,6	22,5	22,3	20,0	23,2	21,5	20,1	23,7
20,6	24,6	22,3	21,0	25,4	22,7	21,3	
21,2	23,6	23,1	21,6	24,2	22,6	22,0	
22,7	19,8	23,2	21,9	20,3	22,6	22,2	
21,1	20,5	24,8	22,5	20,9	25,0	23,3	

a) Lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp với các lớp như sau

[19,5 ; 20,5) ; [20,5 ; 21,5) ; [21,5 ; 22,5) ; [22,5 ; 23,5) ; [23,5 ; 24,5) ; [24,5 ; 25,5].

b) Dựa vào bảng phân bố tần suất ghép lớp đã lập hãy nêu nhận xét về thời gian làm một bài tập của 44 học sinh kể trên.

c) Hãy tính số trung bình cộng  $\bar{x}$ , phương sai  $s_x^2$  và độ lệch chuẩn  $s_x$  của các số liệu thống kê đã cho.

d) Giả sử rằng, cũng khảo sát thời gian giải xong một bài tập Toán của học sinh ở các lớp 10B, 10C của trường K, rồi tính các số trung bình cộng, phương sai và độ lệch chuẩn của các số liệu thống kê ở từng lớp, ta thu được kết quả sau :

Ở lớp 10B có  $\bar{y} = 20$  phút,  $s_y^2 = 1$ ,  $s_y = 1$  phút.

Ở lớp 10C có  $\bar{z} = 22,4$  phút,  $s_z^2 = 1$ ,  $s_z = 1$  phút.

Hãy so sánh thời gian giải xong một bài tập Toán của học sinh ở ba lớp 10A, 10B, 10C đã cho.

e) Vẽ biểu đồ tần suất hình cột để mô tả bảng phân bố tần suất ghép lớp đã lập được.

## 20. Chứng minh rằng

$$a) \frac{\sqrt{1 + \cos \alpha} + \sqrt{1 - \cos \alpha}}{\sqrt{1 + \cos \alpha} - \sqrt{1 - \cos \alpha}} = \cot \left( \frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \quad (\pi < \alpha < 2\pi);$$

$$b) \frac{\cos 4a \tan 2a - \sin 4a}{\cos 4a \cot 2a + \sin 4a} = -\tan^2 2a ; \quad c) \frac{\sin^2 2a + 4 \sin^2 a - 4}{1 - 8 \sin^2 a - \cos 4a} = \frac{1}{2} \cot^4 a ;$$

$$d) 1 + 2 \cos 7a = \frac{\sin 10,5a}{\sin 3,5a} ; \quad e) \frac{\tan 3a}{\tan a} = \frac{3 - \tan^2 a}{1 - 3 \tan^2 a}.$$

**21. Rút gọn**

$$\text{a) } \frac{\sin^2 2\alpha + 4 \sin^4 \alpha - 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{4 - \sin^2 2\alpha - 4 \sin^2 \alpha};$$

$$\text{b) } 3 - 4\cos 2a + \cos 4a;$$

$$\text{c) } \cos 4a - \sin 4a \cot 2a;$$

$$\text{d) } \frac{\cot a + \tan a}{1 + \tan 2a \tan a}.$$

**22. Không dùng bảng số và máy tính, hãy tính**

$$\text{a) } \cos 67^\circ 30' \text{ và } \cos 75^\circ;$$

$$\text{b) } \frac{\cot 15^\circ + 1}{2 \cot 15^\circ};$$

$$\text{c) } \tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ;$$

$$\text{d) } \cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{5\pi}{7}.$$

**23. Chứng minh rằng**

$$\text{a) } \frac{1 - \cos 2a + \sin 2a}{1 + \cos 2a + \sin 2a} = \tan a;$$

$$\text{b) } \frac{\cot a + \tan a}{1 + \tan 2a \tan a} = 2 \cot 2a;$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{2} - \sin a - \cos a}{\sin a - \cos a} = -\tan\left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{8}\right);$$

$$\text{d) } \cos 2a - \cos 3a - \cos 4a + \cos 5a = -4 \sin \frac{a}{2} \sin a \cos \frac{7a}{2}.$$

**24. Rút gọn**

$$\text{a) } \frac{1 + \cos a}{1 - \cos a} \tan^2 \frac{a}{2} - \cos^2 a;$$

$$\text{b) } 4 \cos^4 a - 2 \cos 2a - \frac{1}{2} \cos 4a;$$

$$\text{c) } \sin^2 a \left(1 + \frac{1}{\sin a} + \cot a\right) \left(1 - \frac{1}{\sin a} + \cot a\right);$$

$$\text{d) } \frac{\cos 2a}{\cos^4 a - \sin^4 a} - \frac{\cos^4 a + \sin^4 a}{1 - \frac{1}{2} \sin^2 2a}.$$