



## §1. Quy tắc đếm

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### 1. Quy tắc cộng

Giả sử đối tượng  $X$  có  $m$  cách chọn khác nhau, đối tượng  $Y$  có  $n$  cách chọn khác nhau và không có cách chọn đối tượng  $X$  nào trùng với mỗi cách chọn đối tượng  $Y$ . Khi đó có  $m + n$  cách chọn một trong hai đối tượng ấy.

Giả sử  $A$  và  $B$  là các tập hữu hạn, không giao nhau. Khi đó

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B). \quad (1)$$

➤ **Chú ý.** Công thức (1) có thể mở rộng theo hai hướng :

a) Nếu  $A$  và  $B$  là hai tập hữu hạn bất kì thì

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B). \quad (2)$$

b) Nếu  $A_1, \dots, A_m$  là các tập hữu hạn tùy ý, đôi một không giao nhau thì

$$n(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m) = n(A_1) + n(A_2) + \dots + n(A_m).$$

#### 2. Quy tắc nhân

Giả sử  $A, B$  là hai tập hữu hạn. Kí hiệu  $A \times B$  là tập hợp tất cả các cặp có thứ tự  $(a, b)$ , trong đó  $a \in A, b \in B$ . Ta có quy tắc

$$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B). \quad (3)$$

Quy tắc trên có thể phát biểu như sau :

Giả sử có hai hành động được thực hiện liên tiếp. Hành động thứ nhất có  $m$  kết quả. Ứng với mỗi kết quả của hành động thứ nhất, hành động thứ hai có  $n$  kết quả. Khi đó có  $m \times n$  kết quả của hai hành động liên tiếp đó.

➤ **Chú ý.** Quy tắc nhân ở trên có thể mở rộng cho nhiều hành động liên tiếp.

## B. VÍ DỤ

### • Ví dụ 1

Trong một lớp có 18 bạn nam, 12 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn

- Một bạn phụ trách quỹ lớp ?
- Hai bạn, trong đó có một nam và một nữ ?

### *Giải*

a) Theo quy tắc cộng, ta có  $18 + 12 = 30$  cách chọn một bạn phụ trách quỹ lớp (hoặc nam hoặc nữ).

b) Muốn có hai bạn gồm một nam và một nữ, ta phải thực hiện hai hành động lựa chọn :

- Chọn một nam : Có 18 cách chọn ;
- Khi đã có một nam rồi, có 12 cách chọn một bạn nữ.

Vậy theo quy tắc nhân, ta có  $18 \cdot 12 = 216$  cách chọn một nam và một nữ.

### • Ví dụ 2

Trên giá sách có 10 quyển sách tiếng Việt khác nhau, 8 quyển tiếng Anh khác nhau và 6 quyển tiếng Pháp khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn

- Một quyển sách ?
- Ba quyển sách tiếng khác nhau ?
- Hai quyển sách tiếng khác nhau ?

### *Giải*

a) Theo quy tắc cộng, có  $10 + 8 + 6 = 24$  cách chọn một quyển sách.

b) Theo quy tắc nhân, có  $10 \cdot 8 \cdot 6 = 480$  cách chọn ba quyển tiếng khác nhau.

c) Theo quy tắc nhân, có  $10 \cdot 8 = 80$  cách chọn một quyển tiếng Việt và một quyển tiếng Anh ; Có  $10 \cdot 6 = 60$  cách chọn một quyển tiếng Việt và một quyển tiếng Pháp ; Có  $8 \cdot 6 = 48$  cách chọn một quyển tiếng Anh và một quyển tiếng Pháp. Từ đó, theo quy tắc cộng, ta có số cách chọn hai quyển sách tiếng khác nhau là

$$80 + 60 + 48 = 188 \text{ (cách).}$$

• **Ví dụ 3**

Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, có bao nhiêu cách chọn một số hoặc là số chẵn hoặc là số nguyên tố ?

**Giải**

Kí hiệu  $A$  là tập hợp các số chẵn (có 4 số) và  $B$  là tập hợp các số nguyên tố (có 4 số) trong tập số đã cho. Khi đó, số cách chọn cần tìm là  $n(A \cup B)$ . Nhưng có một số nguyên tố chẵn duy nhất là 2, tức  $n(A \cap B) = 1$ . Vậy theo (2),

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 4 + 4 - 1 = 7.$$

### C. BÀI TẬP

- 1.1. Nam đến cửa hàng văn phòng phẩm để mua quà tặng bạn. Trong cửa hàng có ba mặt hàng : Bút, vở và thước, trong đó có 5 loại bút, 4 loại vở và 3 loại thước. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một món quà gồm một bút, một vở và một thước ?
- 1.2. Trong một đội văn nghệ có 8 bạn nam và 6 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca nam – nữ ?
- 1.3. Có bao nhiêu số tự nhiên có tính chất :
- a) Là số chẵn và có hai chữ số (không nhất thiết khác nhau) ;
  - b) Là số lẻ và có hai chữ số (không nhất thiết khác nhau) ;
  - c) Là số lẻ và có hai chữ số khác nhau ;
  - d) Là số chẵn và có hai chữ số khác nhau.
- 1.4. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tính số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc để phát biểu ý kiến, sao cho
- a) Hai người đó là vợ chồng ;
  - b) Hai người đó không là vợ chồng.
- 1.5. Số 360 có bao nhiêu ước nguyên dương ?
- 1.6. Trong 100 000 số nguyên dương đầu tiên, có bao nhiêu số chứa một chữ số 3, một chữ số 4 và một chữ số 5 ?
- 1.7. Giữa hai thành phố A và B có 5 con đường đi. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến B rồi trở về A mà không có đường nào được đi hai lần ?

- 1.8.** Có bao nhiêu số nguyên dương gồm không quá ba chữ số khác nhau ?
- 1.9.** Một người vào cửa hàng ăn. Người đó muốn chọn thực đơn gồm một món ăn trong 10 món, một loại hoa quả tráng miệng trong 5 loại hoa quả và một loại nước uống trong 4 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn của bữa ăn ?
- 1.10.** Một lớp có 40 học sinh, đăng kí chơi ít nhất một trong hai môn thể thao : bóng đá và cầu lông. Có 30 em đăng kí môn bóng đá, 25 em đăng kí môn cầu lông. Hỏi có bao nhiêu em đăng kí cả hai môn thể thao ?