

§3.

3.1. Số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển là

$$t_{k+1} = C_{10}^k x^{10-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k.$$

$$\text{Vậy } t_5 = C_{10}^4 x^{10-4} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^4 = 210 \cdot x^6 \times \frac{16}{x^4} = 3360x^2.$$

$$\text{Đáp số : } t_5 = 3360x^2.$$

Vậy $n = 8$. Từ đó ta có

$$\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (x^2)^{8-k} \left(-\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^8 (-2)^k \cdot C_8^k \cdot x^{16-3k}.$$

Như vậy, ta phải có $16 - 3k = 4 \Leftrightarrow k = 4$. Do đó hệ số của số hạng chứa x^4 là $(-2)^4 \cdot C_8^4 = 1120$.

3.2. $(1+x)^6 = 1 + 6x + 15x^2 + 20x^3 + 15x^4 + 6x^5 + x^6.$

a) $1,01^6 = (1 + 0,01)^6 \approx 1 + 6 \times 0,01 + 15 \times (0,01)^2 = 1,0615.$

b) Dùng máy tính ta nhận được

$$1,01^6 \approx 1,061520151.$$

3.3. Số hạng thứ $k + 1$ của khai triển là

$t_{k+1} = C_n^k (3x)^k.$ Vậy số hạng chứa x^2 là $t_3 = C_n^2 9 \cdot x^2.$ Theo bài ra ta có

$$9 \cdot C_n^2 = 90 \Leftrightarrow C_n^2 = 10 \Leftrightarrow n = 5.$$

3.4. Ta có $(1+ax)^n = 1 + C_n^1 ax + C_n^2 a^2 x^2 + \dots$

Theo bài ra

$$\begin{cases} C_n^1 a = 24 \\ C_n^2 a^2 = 252 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} na = 24 \\ \frac{n(n-1)a^2}{2} = 252 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} na = 24 \\ (n-1)a = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ n = 8. \end{cases}$$

3.5. Số hạng chứa x^7 là $(C_3^0 \cdot C_6^2 (-b)^2 + C_3^1 a \cdot C_6^1 (-b) + C_3^2 a^2 C_6^0) x^7.$

Số hạng chứa x^8 là $(C_3^0 \cdot C_6^1 (-b) + C_3^1 a \cdot C_6^0) x^8.$ Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} 15b^2 - 18ab + 3a^2 = -9 \\ -6b + 3a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ b^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ a = -2 \\ b = -1. \end{cases}$$

3.6. Ta có $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n = C_n^0 (x^2)^n + C_n^1 (x^2)^{n-1} \cdot \left(-\frac{2}{x}\right) + C_n^2 (x^2)^{n-2} \cdot \left(-\frac{2}{x}\right)^2 + \dots$

Theo giả thiết, ta có

$$C_n^0 - 2C_n^1 + 4C_n^2 = 97$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2n + 2n(n-1) - 97 = 0$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 2n - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 8 \\ n = -6 \text{ (loại)}. \end{cases}$$