

§3. Nhị thức Niu-tơn

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Khi khai triển nhị thức $(a + b)^n$, ta nhận được công thức

$$\begin{aligned}(a + b)^n &= C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n \\ &= C_n^0 b^n + C_n^1 b^{n-1} a + \dots + C_n^{n-1} b a^{n-1} + C_n^n a^n\end{aligned}\quad (1)$$

(công thức Nhị thức Niu-tơn).

2. Trong vế phải của công thức (1) ta có :

a) Số các hạng tử là $n + 1$;

b) Số hạng (hạng tử) thứ $k + 1$ là $C_n^k a^{n-k} b^k$, $k = 0, 1, \dots, n$ (quy ước $a^0 = 1$ với $a \neq 0$).

c) Số mũ của a giảm dần từ n đến 0 , số mũ của b tăng dần từ 0 đến n , nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n .

d) Các hạng tử cách đều hạng tử đầu và hạng tử cuối có hệ số bằng nhau.

B. VÍ DỤ

• Ví dụ 1

Khai triển $(x - a)^5$ thành tổng các đơn thức.

Giải

Theo công thức Nhị thức Niu-tơn ta có

$$\begin{aligned}(x - a)^5 &= [x + (-a)]^5 \\ &= x^5 + 5x^4(-a) + 10x^3(-a)^2 + 10x^2(-a)^3 + 5x(-a)^4 + (-a)^5 \\ &= x^5 - 5x^4 a + 10x^3 a^2 - 10x^2 a^3 + 5x a^4 - a^5.\end{aligned}$$

• Ví dụ 2

Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6$.

Giải

Số hạng tổng quát trong khai triển là

$$C_6^k (2x)^{6-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = C_6^k 2^{6-k} (-1)^k x^{6-3k}.$$

Ta phải tìm k sao cho $6 - 3k = 0$, nhận được $k = 2$.

Vậy số hạng cần tìm là $C_6^2 2^{6-2} (-1)^2 = 240$.

C. BÀI TẬP

- 3.1. Tìm số hạng thứ năm trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{10}$, mà trong khai triển đó số mũ của x giảm dần.
- 3.2. Viết khai triển của $(1 + x)^6$.
- a) Dùng ba số hạng đầu để tính gần đúng $1,01^6$.
- b) Dùng máy tính để kiểm tra kết quả trên.
- 3.3. Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1 + 3x)^n$ là 90. Hãy tìm n .
- 3.4. Trong khai triển của $(1 + ax)^n$ ta có số hạng đầu là 1, số hạng thứ hai là $24x$, số hạng thứ ba là $252x^2$. Hãy tìm a và n .
- 3.5. Trong khai triển của $(x + a)^3(x - b)^6$, hệ số của x^7 là -9 và không có số hạng chứa x^8 . Tìm a và b .
- 3.6. Xác định hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$ nếu biết tổng các hệ số của ba số hạng đầu trong khai triển đó bằng 97.